في هذا الدرس

1 – دراسة حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء :
- تمثيل القوى المؤثّرة على جسم خلال سقوطه في الهواء
- كتابة المعادلة التفاضلية المميّزة للحركة
- شروط الوصول لنموذج السقوط الحر
- حل المعادلة التفاضلية لحركة السقوط الحر
- تحليل المنحنى البياني لتطوّر السرعة بدلالة الزمن (السقوط الحقيقي والسقوط الحر)
- تحديد السرعة الحدّية بيانيا في حالة السقوط الحقيقي

2 – تطبيقات
- حركة مركز عطالة جسم خاضع لعدّة قوى :
  * دراسة الحركة على مستو أفقي بواسطة الطاقة والقانون الثاني لنيوتن
  * دراسة الحركة على مستو مائل بواسطة الطاقة والقانون الثاني لنيوتن

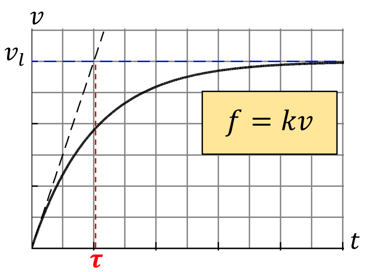
ملخّص الدرس

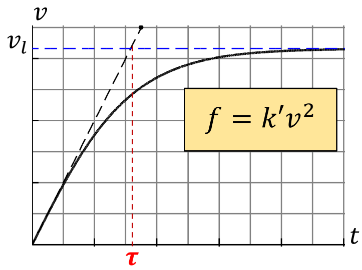
1 – السقوط الشاقولي الحقيقي :

في الحالة العامة يخضع الجسم إلى القوى التالية :

قوة ثقله $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك مع الهواء $f = kv^n$ ، دافعة أرخميدس $F_A = \rho_f V g$ ، حيث ρ_f : الكتلة الحجمية للهواء و V : حجم الجسم .

1 – 1 - المعادلتان التفاضليتان للسرعة :





- حالة $f = kv$: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g - \frac{F_A}{m}$
- حالة $f = k'v^2$: $\frac{dv}{dt} + \frac{k'}{m}v^2 = g - \frac{F_A}{m}$

1 – 2 - السرعة الحدية :

- حالة $f = kv$: $v_l = \frac{mg - F_A}{k}$
- حالة $f = k'v^2$: $v_l = \sqrt{\frac{mg - F_A}{k}}$

1 – 3 – التسارع الابتدائي :

هو تسارع الجسم عند اللحظة $t = 0$ ، أي عندما تكون $v = 0$ ، وبالتالي $a_0 = g - \frac{F_A}{m}$

1 – 4 - الزمن المميّز للسقوط :

في الحالتين : $\tau = \frac{v_l}{a_0}$ ، حيث a_0 هو تسارع الجسم عند $t = 0$ (التسارع الابتدائي)

2 - السقوط الشاقولي الحر :

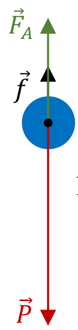
التسارع : $\vec{a} = \vec{g}$ ، **السرعة** : $v = at + v_0$ ، **الفاصلة** : $z = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_0 t + z_0$

العلاقة بين المسافة المقطوعة (h) من النقطة A إلى النقطة B والمدة الزمنية t اللازمة لقطعها : $h = AB = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_A t$

العلاقة بين السرعة والمسافة المقطوعة من النقطة A إلى النقطة B : $v_B^2 - v_A^2 = 2a\,h$ ، حيث $AB = h$

الدرس

I - دراسة حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء



الشكل - 1

1 – السقوط الشاقولي الحقيقي لجسم :

يخضع الجسم أثناء سقوطه في الهواء إلى القوتين $\vec{f}$ و $\vec{F}_A$ (الشكل – 1) ، وهما قوتان معاكستان لقوة ثقل الجسم .

دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$: لما نغمر جسما في إناء يحتوي على الماء أو أي سائل آخر ، فإن مستوى الماء في الإناء يصعد .
الحجم الزائد (المُزاح من طرف الجسم) هو نفسه حجم الجسم . لو أخذنا هذا الحجم من السائل المُزاح ووزناه في ميزان نجد كتلته m' ، ولو حسبنا ثقله $P' = m'g$ ، فإن هذا الثقل هو نفسه شدّة القوة التي نسميها دافعة أرخميدس .
نفس الشيء بالنسبة لجسم مغمور في الهواء أو أي غاز آخر ، فإن دافعة أرخميدس هي ثقل الهواء أو الغاز الذي أزاحه الجسم .

ملاحظة : ندرس فقط سقوط جسم في الهواء

خصائص دافعة أرخميدس : **الحامل** : هو الشاقول ، يعني نفس حامل ثقل الجسم .

الجهة : نحو الأعلى .

نقطة التأثير : مركز عطالة الهواء المزاح ، والذي ينطبق مع مركز عطالة الجسم بالنسبة لكرة مثلا .

الشدّة : $F_A = m'g$ ، ولدينا كتلة الهواء المزاح هي $m' = \rho_f\, V$ ، أي $\boldsymbol{F_A = \rho_f V\, g}$

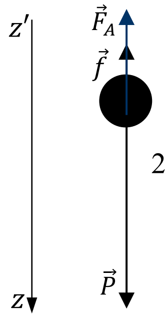
حيث : ρ_f هي الكتلة الحجمية للهواء (أو نرمز لها بـ ρ_a) ، و V هو حجم الجسم .

قوّة الاحتكاك $\vec{f}$: تتناسب مع سرعة الجسم ، حيث كلما تزداد السرعة تزداد مقاومة الهواء للجسم .

- في حالة سرعة الجسم صغيرة : نقول أن الجسم ينساب في الهواء ، وتكون طويلة قوة الاحتكاك من الشكل : $\vec{f} = -k\vec{v}$ ، وإذا نُسبت لمحور مزوّد بشعاع الوحدة $\vec{\imath}$ ، نكتبها بالشكل : $\vec{f} = -kv\,\vec{\imath}$ ، حيث المحور موجّه في جهة الحركة . شدّتها $\boldsymbol{f = kv}$.
- في حالة سرعة الجسم كبيرة نسبيا : تحدث اضطرابات وراء الجسم أثناء حركته في الهواء ، وتكون طويلة قوة الاحتكاك من الشكل :

$\vec{f} = -k'v\vec{v}$ أو $\vec{f} = -k'v^2\,\vec{\imath}$. شدّتها $\boldsymbol{f = k'v^2}$

نسمّي k و k' ثابت الاحتكاك ، ويتعلّق هذان الثابتان بشكل الجسم وخصائص الهواء .



الشكل - 2

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$\vec{P} + \vec{f} + \vec{F}_A = m\vec{a}$ ، حيث m كتلة الجسم ، وبالإسقاط على المحور الشاقولي Oz (الشكل – 2) :

$$P - f - F_A = ma$$

- **حالة $\boldsymbol{f = kv}$**

$mg - kv - F_A = ma$ ، ولدينا $a = \frac{dv}{dt}$ ، وبالتالي $\boldsymbol{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g - \frac{F_A}{m}}$ (1)

السرعة الحدّية :

عندما يسقط الجسم تتزايد سرعته ، حيث في نفس الوقت تتزايد قوة الاحتكاك ، لأن هذه الأخيرة تتناسب مع السرعة .

ونعلم أن أثناء السقوط لا يتغير ثقل الجسم وكذلك دافعة أرخميدس لا تتغير (نعتبر دائما عند $t = 0$ دافعة أرخميدس موجودة ، أي نعتبر أن الجسم يكون مغمورا تماما في الهواء في اللحظة $(t = 0$. وعندما يصبح مجموع قوتي الاحتكاك ودافعة أرخميدس مساويا لقوّة الثقل ، يكون حينها المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على الجسم معدوما ، وبالتالي يصبح التسارع معدوما .

لأن $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ ، $m \neq 0$ ، ومنه $a = 0$ ، لأن $a = \frac{dv}{dt}$.

من العلاقة (1) : $\frac{k}{m}v_l = g - \frac{F_A}{m}$ ، ومنه : $\boldsymbol{v_l = \frac{mg - F_A}{k}}$

التسارع الابتدائي :

نضع في العلاقة (1) : $v = 0$ ، ونجد $\boldsymbol{\frac{dv}{dt} = a_0 = g - \frac{F_A}{m}}$

عندما تكون دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الجسم يكون $\boldsymbol{a_0 = g}$

- **حالة $\boldsymbol{f = k'v^2}$**

$$\boldsymbol{\frac{dv}{dt} + \frac{k'}{m}v^2 = g - \frac{F_A}{m}} \quad (2)$$

السرعة الحدّية :

من العلاقة (2) : $\frac{k'}{m}v_l^2 = g - \frac{F_A}{m}$ ، ومنه $\boldsymbol{v_l = \sqrt{\frac{mg - F_A}{k'}}}$

ملاحظة : يكتسب الجسم نفس السرعة الحدّية سواء تركناه ينزل بدون سرعة ابتدائية أو أعطيناه سرعة شاقولية عند اللحظة $t = 0$.

التسارع الابتدائي :

نضع في العلاقة (2) : $v = 0$ ، ونجد $\boldsymbol{\frac{dv}{dt} = a_0 = g - \frac{F_A}{m}}$ (نفس التسارع الابتدائي في الحالتين)

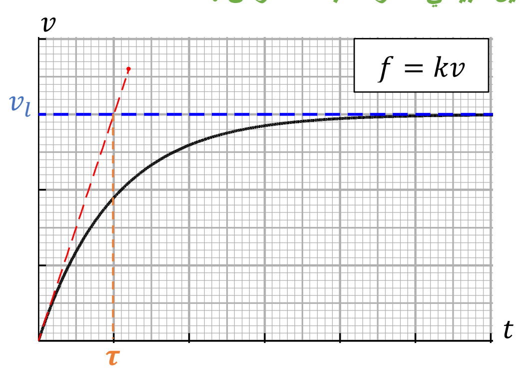
ملاحظة : التسارع الابتدائي يختلف في حالتي سقوط الجسم بدون سرعة ابتدائية وسقوطه بإعطائه سرعة شاقولية عند اللحظة $t = 0$.

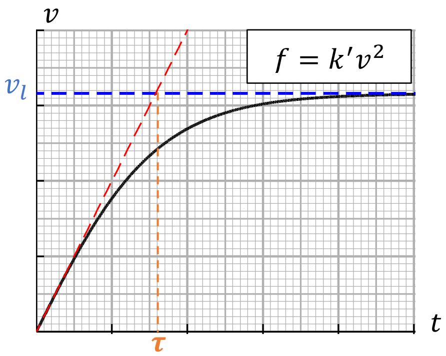
التحليل البعدي للثابتين $\boldsymbol{k}$ و $\boldsymbol{k'}$:

$[k] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{M\,L\,T^{-2}}{L\,T^{-1}} = M\,T^{-1}$ ، ومنه وحدة الثابت k هي kg/s .

$[k'] = \frac{[f]}{[v^2]} = \frac{M\,L\,T^{-2}}{L^2\,T^{-2}} = M\,L^{-1}$ ، ومنه وحدة الثابت k' هي kg/m .

التمثيل البياني للسرعة بدلالة الزمن :





الثابت المميّز للحركة :

تبيّن التجربة أن في حالة $f = kv$ ، يبلغ المتحرّك السرعة الحديّة بعد مدّة زمنية $t \approx 5\,\tau$.

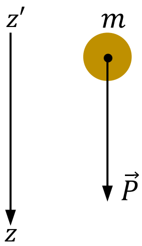
نسمّي τ الثابت المميز للحركة ، حيث سواء في الحالة $f = kv$ أو $f = k'v^2$ ، فإن $\boldsymbol{\tau = \dfrac{v_l}{a_0}}$

إضــافة :

ثابت الاحتكاك k : يتعلق بلزوجة الهواء وشكل الجسم .

ثابت الاحتكاك k' : يتعلق بشكل الجسم والكتلة الحجمية للهواء .

2 – السقوط الشاقولي الحر :



الشكل - 3

نقول عن جسم أنه في سقوط حرّ إذا كان أثناء حركته لا يخضع إلا لقوّة ثقله $\vec{P}$. (الشكل – 3)

نطبق القانون الثاني لنيوتن على جسم في سقوط حرّ .

$\vec{P} = m\vec{a}$ ، وبالإسقاط على المحور $z'z$: $P = ma$ ، وبالتالي $a = g$ ، حيث g هي شدّة التسارع الأرضي $\vec{g}$

المعادلة التفاضلية للسرعة هي $\boldsymbol{\dfrac{dv}{dt} - g = 0}$

2 – 1 - معادلات السقوط الحر الشاقولي :

التسارع : $a = g$ ، حيث g قيمة جبرية (أي موجبة أو سالبة) .

السرعة : $v = gt + C$ ؛ لأن $a = \dfrac{dv}{dt}$ ، ولتحديد الثابت C لدينا $v = v_0$ عند اللحظة $t = 0$ ، وبالتالي $C = v_0$

المعادلة الزمنية للسرعة هي $\boldsymbol{v = gt + v_0}$

الفاصلة z : نعلم أن $v = \dfrac{dz}{dt}$ ، وبالتالي $z = \frac{1}{2}g\,t^2 + v_0 t + C'$ ، ولتحديد C' لدينا $z = z_0$ عند اللحظة $t = 0$

$z_0 = \frac{1}{2}g \times 0 + v_0 \times 0 + C'$ ، وبالتالي $C' = z_0$.

المعادلة الزمنية للفاصلة : $\boldsymbol{z = \frac{1}{2}g\,t^2 + v_0 t + z_0}$

2 – 2 - القوانين الخاصة بالسقوط الشاقولي الحر :

المسافة المقطوعة : $\boldsymbol{h = \frac{1}{2}gt^2 + v_A t}$ ، حيث t هي المدة الزمنية لقطع المسافة h و v_A سرعة المتحرّك عند بداية المسافة h .

سرعة الجسم في لحظة ما : إذا كانت سرعة الجسم في لحظة ما هي v_A وكانت في لحظة بعدها v_B ، فإن : $\boldsymbol{v_B - v_A = gt}$

حيث t هي المدة المستغرقة بين A و B .

العلاقة بين السرعة والمسافة : إذا كانت سرعة الجسم في لحظة ما هي v_A وكانت في لحظة بعدها v_B ، فإن $\boldsymbol{v_B^2 - v_A^2 = 2gh}$

حيث h هي المسافة AB .

الحركات المستقيمة

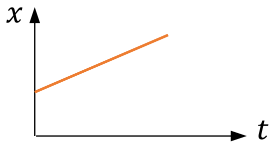
الحركات المستقيمة مسارها مستقيم ، أي تكون هذه الحركات وفق محور واحد ، إما $\overrightarrow{Ox}$ أو $\overrightarrow{Oy}$ أو $\overrightarrow{Oz}$.

1 - الحركة المستقيمة المنتظمة :

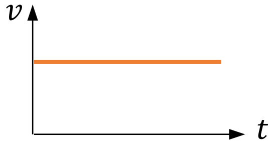
في حركة مستقيمة منتظمة يكون التسارع معدوما $\boldsymbol{a = 0}$ ، وبالتالي $\boldsymbol{v = C}$ (حيث C عبارة عن ثابت) . أما الفاصلة فهي $x = vt + C'$ (1)
(حيث C' عبارة عن ثابت) .

نسمي x_0 الفاصلة الابتدائية للمتحرك ، وهي فاصلته عند اللحظة $t = 0$. نعوّض في العلاقة (1) : $x_0 = v \times 0 + C'$ ، ومنه $C' = x_0$

وبالتالي المعادلة الزمنية للفاصلة : $\boldsymbol{x = vt + x_0}$



حسب إشارتي v و x_0



حسب إشارة v

من أجل حساب المسافة d التي يقطعها المتحرك في مدة زمنية t ، نكتب $\boldsymbol{d = v\,t}$.

مثال : اكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لمتحرك حركته مستقيمة منتظمة ، حيث يشغل الفاصلة $x_1 = 3\,m$ في اللحظة $t_1 = 2\,s$ ، ويشغل الفاصلة $x_2 = -5\,m$ في اللحظة $t_2 = 3\,s$ ، ثمّ مثّل $x(t)$ ، $v(t)$ ، $a(t)$.

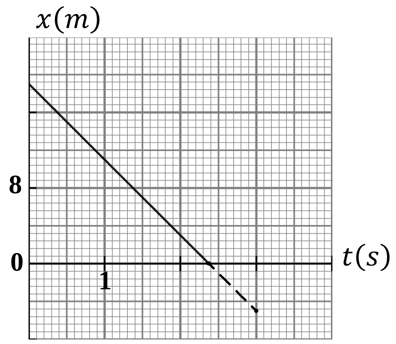
الحل : المعادلة الزمنية هي $x = vt + x_0$. يجب أن نحسب قيمتي السرعة v والفاصلة الابتدائية x_0 .

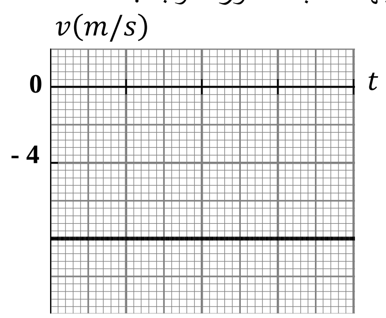
المطلوب منّا رياضيا هو معادلة مستقيم يمر بالنقطتين $(2\,s\,,3\,m)$ و $(3\,s\ ,-5\,m)$.

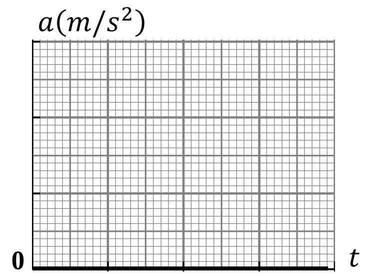
$$3 = 2v + x_0$$
$$-5 = 3v + x_0$$

بحل هذه الجملة نجد $v = -8\,m/s$ و $x_0 = 19\,m$ ، وبالتالي تكون المعادلة الزمنية $\boldsymbol{x = -8t + 19}$

ملاحظة : $v = -8\,m/s$ معناها المتحرك يتحرك في الجهة السالبة للمحور الموجه .







2 - الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام :

في الحركة المستقيمة المتغيّرة بانتظام يكون التسارع ثابتا $\boldsymbol{a = C}$ ، وبالتالي $v = at + C'$.

نسمّي v_0 السرعة الابتدائية ، أي السرعة عند اللحظة $t = 0$.

وبالتالي $v_0 = a \times 0 + C'$ ، ومنه $C' = v_0$ ، وتكون المعادلة الزمنية للسرعة : $\boldsymbol{v = at + v_0}$ (1)

لدينا $v = \frac{dx}{dt}$ ، وبالتالي $x = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_0 t + C''$ ، ولكي نحدّد C'' نكتب $x_0 = \frac{1}{2}a\ \times 0 + v_0 \times 0 + C''$ ، ومنه $C'' = x_0$

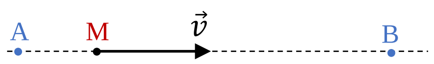
وتكون المعادلة الزمنية للفاصلة : $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_0 t + x_0}$ (2)

لو استخرجنا الزمن من العلاقة (1) وعوّضناها في العلاقة (2) نجد عبارة مستقلّة عن الزمن هي $\boldsymbol{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)}$

حيث x هي فاصلة المتحرّك لمّا كانت سرعته v ، و x_0 هي فاصلته لمّا كانت سرعته v_0 .

لدينا المسافة المقطوعة هي $d = x - x_0$ ، وبالتالي $\boldsymbol{v^2 - v_0^2 = 2a\,d}$

بصفة عـامّة : يمر المتحرّك M بالنقطة A بسرعة طويلتها v_A ، بحيث تصبح سرعته v_B في النقطة B ، ويقطع المسافة $d = AB$ مستغرقا فيها المدة الزمنية t ، فإنّ :



$$\boldsymbol{d = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_A t}$$
$$\boldsymbol{v_B - v_A = a\,t}$$
$$\boldsymbol{v_B^2 - v_A^2 = 2a\,d}$$

البرهان على العلاقة $v_B^2 - v_A^2 = 2a\,d$:

من العلاقة $v = at + v_0$ نستخرج الزمن : $t = \frac{v-v_0}{a}$ ، ونعوّض عبارة الزمن في العلاقة $x = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_0 t + x_0$

$x = \frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + x_0$ ، $x - x_0 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v-v_0}{a}\right)$

نستخرج العامل المشترك $\frac{v-v_0}{a}$:

$$x - x_0 = \left(\frac{v-v_0}{a}\right)\left[\frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + v_0\right]$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v-v_0}{a}\right)\left(\frac{v+v_0}{2}\right) = \frac{1}{2}a(v-v_0)(v+v_0) = \frac{1}{2}a(v^2 - v_0^2)$$

ولدينا $x - x_0 = d$ ، وبالتالي $\boldsymbol{v^2 - v_0^2 = 2ad}$

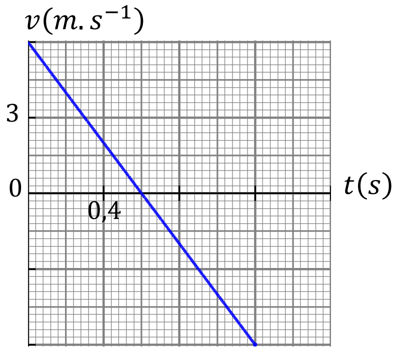
طبيعة الحركة :

لكي نعرف إن كانت الحركة المستقيمة المتغيّرة بانتظام متسارعة أم متباطئة ، نحدّد إشارة الجداء $\vec{v} \times \vec{a}$.

$\vec{v} \times \vec{a} > 0 \Leftarrow$ متسارعة

$\vec{v} \times \vec{a} < 0 \Leftarrow$ متباطئة

مثال : نقذف عند اللحظة $t = 0$ شاقوليا نحو الأعلى جسما صغيرا من النقطة A بسرعة $v_A = 6\,m/s$ ، وننسب حركته للمحور zz' الموجّه نحو الأعلى . نهمل تأثير الهواء على الكرة ، وبذلك يكون تسارع الجسم $a = -10\,m/s^2$



المعادلة الزمنية للسرعة $v = -10\,t + 6$

يمكن كتابة شعاع السرعة بالشكل : $\vec{v} = (-10t + 6)\,\vec{\imath}$ وشعاع التسارع : $\vec{a} = -10\,\vec{\imath}$

ويكون $\vec{a} \times \vec{v} = -10\,(-10t + 6)\vec{\imath}^{\,2} == -10\,(-10t + 6)$

تنعدم سرعة الجسم عند اللحظة $t = \frac{0-6}{-10} = 0{,}6\,s$

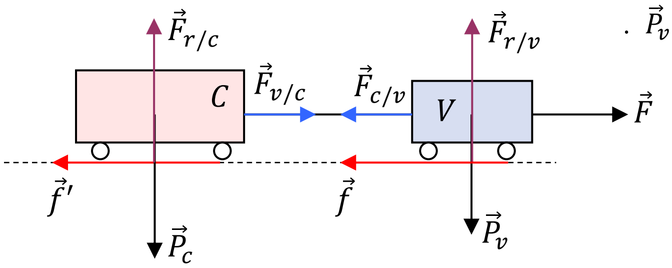
ولما ينزل الجسم يبلغ سرعة $v = -6\,m/s$ عند النقطة التي قُذف منها .

في المجال الزمني $[0\ ;\ 0{,}6\,s]$: قيم السرعة كلها موجبة والتسارع سالب ، وبالتالي تكون الحركة متباطئة .

في المجال الزمني $[0{,}6\,s\ ;\ 1{,}2\,s]$: قيم السرعة كلها سالبة والتسارع سالب ، وبالتالي تكون الحركة متسارعة .

3 - القوى الداخلية والقوى الخارجية :

القوى الداخلية في جملة ميكانيكية تنعدم مثنى مثنى ، وتبقى القوى الخارجية هي المسؤولة عن حركة هذه الجملة .



الجملة (السيارة : V) القوى الخارجية هي : $\vec{F}$ ، $\vec{F}_{r/v}$ ، $\vec{F}_{c/v}$ ، $\vec{f}$ ، $\vec{P}_v$.

الجملة (السيارة + العربة C) القوى الخارجية هي :

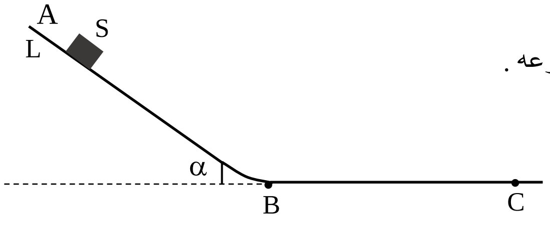
$\vec{F}$ ، $\vec{F}_{r/v}$ ، $\vec{F}_{r/c}$ ، $\vec{f}$ ، $\vec{P}_v$ ، $\vec{f}'$ ، $\vec{P}_c$.

القوى الداخلية في هذه الجملة هي : $\vec{F}_{v/c}$ ، $\vec{F}_{c/v}$

دراسة مثال

نعتبر الاحتكاك على المستوي المائل (L) مكافئا لقوة ثابتة شدتها $f = 0{,}1\,N$ ، ولها حامل شعاع السرعة ومعاكسة له .

نترك جسما صلبا S كتلته $m = 100\,g$ ينزل من النقطة A عند اللحظة $t = 0$ على خط الميل الأعظم لمستو مائل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30°$. نهمل تأثير الهواء ونعتبر AB خطا مستقيما ، ونعتبر الجسم S نقطة مادية .



1 – مثّل كل القوى المؤثرة على الجسم بين A و B .

2 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن أن حركة S متسارعة بانتظام ، ثم احسب تسارعه .

3 – احسب تسارع S بين A و B بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة .

4 – احسب شدّة قوة تأثير المستوي المائل على الجسم .

5 – نعتبر المستوي الأفقي BC أملس جدّا .

أ / مثّل القوى المؤثرة على S بين B و C .

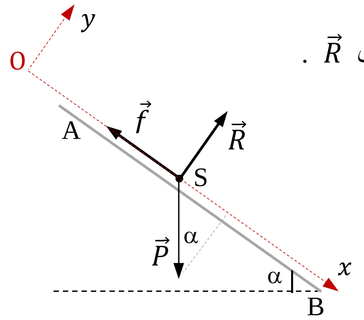
ب / احسب سرعة S عند النقطة C علما أن المسافة $AB = 70\,cm$.

جـ / احسب شدّة قوة تأثير المستوي الأفقي على الجسم .

6 – باعتبار قوة الاحتكاك على BC ثابتة شدتها $f' = 0{,}15\,N$ ومعاكسة لشعاع السرعة ، نعيد ترك الجسم S في النقطة A .

كم يجب أن تكون المسافة BC لكي يتوقف الجسم في النقطة C . $g = 10\,m/s^2$

الحل :



1 – القوى المؤثرة على S بين A و B : قوة الثقل $\vec P$ ، قوة الاحتكاك $\vec f$ ، قوة تأثير المستوي المائل $\vec R$.

2 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا .

نسمي هذا القانون كذلك نظرية مركز العطالة ، لأنه لا يهتم إلا بمركز عطالة الجسم .

(اعتبرنا الجسم نقطة مادية ، أي ليس له أبعاد ، لكن هذه النقطة لها كتلة هي كتلة الجسم S)

$$\sum \vec F_{ext} = m\,\vec a$$

$$\vec P + \vec R + \vec f = m\,\vec a \qquad (1)$$

نسقط العلاقة الشعاعية (1) على هذا المحور $\overrightarrow{Ox}$ الموازي للمستوي المائل :

مسقط $\vec P$: $P\,sin\alpha$ (المسقط موجب لأنه في جهة المحور $\overrightarrow{Ox}$) .

مسقط $\vec R$: معدوم لأن هذه القوة عمودية على $\overrightarrow{Ox}$.

مسقط $\vec f$: $-f$ (سالب لأن هذه القوة معاكسة مباشرة للمحور $\overrightarrow{Ox}$.

a : هي القيمة الجبرية للتسارع ، يمكن أن تكون موجبة ويمكن أن تكون سالبة .

وبالتالي نكتب : $P\,sin\alpha - f = m\,a$ ، ومنه $a = \frac{P\,sin\alpha - f}{m} = g\,sin\alpha - \frac{f}{m}$

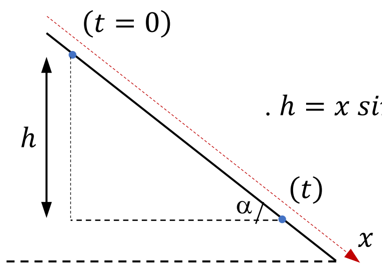
نلاحظ أن المقادير : m ، α ، f ، g كلها ثابتة أثناء الحركة ، إذن التسارع ثابت ، وبالتالي حركة الجسم S متغيّرة بانتظام .

$$a = 10 \times 0{,}5 - \frac{0{,}1}{0{,}1} = 4\,m/s^2$$

3 – بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة :

نعتبر عند اللحظة t أن فاصلة المتحرّك هي x .

في اللحظة t تكون سرعة الجسم هي v .



مبدأ انحفاظ الطاقة (الجملة جسم) : $E_{c1} + W(\vec P) + W(\vec R) + W(\vec f) = E_{c2}$

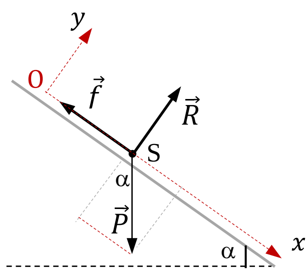
لدينا $E_{c1} = 0$ و $W(\vec R) = 0$ ، $W(\vec P) = mgh$ ، $W(\vec f) = -f\,x$ ، $h = x\,sin\alpha$.

وبالتالي $mg\,x\,sin\alpha - f\,x = \frac{1}{2}mv^2$

نشتق العلاقة بالنسبة للزمن : $mg\,sin\alpha\,v - f\,v = mv\,a$

$mg\,sin\alpha - f = m\,a$ ، ومنه $a = g\,sin\alpha - \frac{f}{m}$

4 – شدّة قوة تأثير المستوي المائل :



نسقط العلاقة الشعاعية (1) على المحور $\overrightarrow{Oy}$:

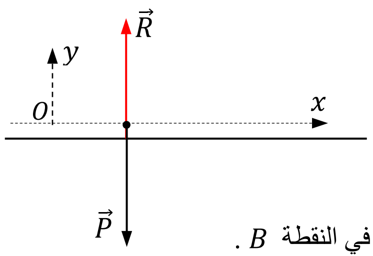
$$R - P\,cos\alpha = 0$$

شعاع التسارع محمول على المحور $\overrightarrow{Ox}$ ، لهذا مسقطه على $\overrightarrow{Oy}$ يساوي الصفر .

$$R = P\,cos\alpha = 0{,}1 \times 10 \times 0{,}866 = 0{,}87\,N$$

5 -

أ / تمثيل القوى على المستوي الأفقي :



ب / لكي نحسب سرعة الجسم يجب أولا أن نعرف طبيعة الحركة .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec P + \vec R = m\,\vec a'$ $\quad (2)$

وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور $\overrightarrow{Ox}$: $0 + 0 = m\,a'$ ، ومنه $a' = 0$

سرعة الجسم غير معدومة وتسارعه معدوم ، إذن فهو في حركة ، وحركته هذه تكون منتظمة .

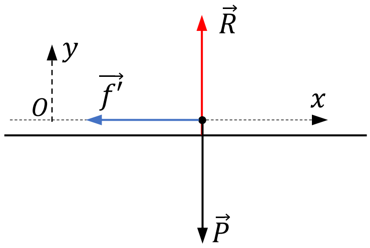
ما دامت الحركة منتظمة ابتداء من النقطة B ، فإن سرعة الجسم في النقطة C هي نفسها السرعة في النقطة B .

حساب السرعة في النقطة B :

$v_B^2 - v_A^2 = 2\,a \times AB$ ، ولدينا $v_A = 0$ ، وبالتالي : $v_B = \sqrt{2\,a \times AB} = \sqrt{2 \times 4 \times 0{,}7} = 2{,}37\,m/s$.

جـ / بإسقاط العلاقة الشعاعية (2) على المحور $\overrightarrow{Oy}$: $R - P = 0$

$$R = mg = 0{,}1 \times 10 = 1N$$



6 - بتطبيق القانون الثاني على حركة الجسم S :

$\vec{P}+\vec{R}+\vec{f'}=m\,\vec{a}''$ ، وباسقاط هذه العلاقة على المحور $\overrightarrow{Ox}$

$-f'=m\,a''$ ، وبالتالي $a''=-\frac{f'}{m}$

التسارع ثابت إذن الحركة متغيّرة بانتظام .

ملاحظة : نعلم أن الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام تكون :

- متسارعة إذا كان $v\times a>0$ - متباطئة إذا كان $v\times a<0$

نحن لدينا في هذا المثال طويلة السرعة موجبة لأن الجسم يتحرك في الجهة الموجبة للمحور، أما طويلة التسارع فهي سالبة ، لأن $f>0$ و $m>0$

وبالتالي يكون لدينا $v\times a<0$ ، إذن الحركة متباطئة بانتظام .

لكي نحسب المسافة BC نطبق العلاقة $v_C^2-v_B^2=2\,a''\times BC$ (3)

ولدينا $v_B=2{,}37\;m/s$ و $v_C=0$ (توقّف الجسم) .

$a''=-\frac{0{,}15}{0{,}1}=-1{,}5\;m/s^2$ ، وبالتعويض في العلاقة (3) : $BC=\frac{-v_B^2}{2\,a''}=\frac{5{,}62}{3}=1{,}87\;m$

حـركة قذيفة