ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم القسم: 2 علمي السنة الدراسية : 2021 – 2022

الفرض المحروس للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المدة: 01 ساعة الأستاذة: مرواني.ن اليوم : 2021/11/02

التمرين الأول:

g دالة لمتغير حقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x) = x^3 + (\gamma+1)x^2 - x + \gamma + 7$

① عين قيمة γ حتى يكون (-1) جذر لكثير الحدود $g(x)$.

② من أجل $\gamma = -4$

(ا) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) = (x+1)Q(x)$ حيث $Q(x)$ كثير حدود يطلب تعينه.

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$.

(ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) > 0$.

(د) إستنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة التالية : $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$.

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$: بـ : $f(x) = \dfrac{x^2+2x+3}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كما هو موضح في الوثيقة المرافقة.

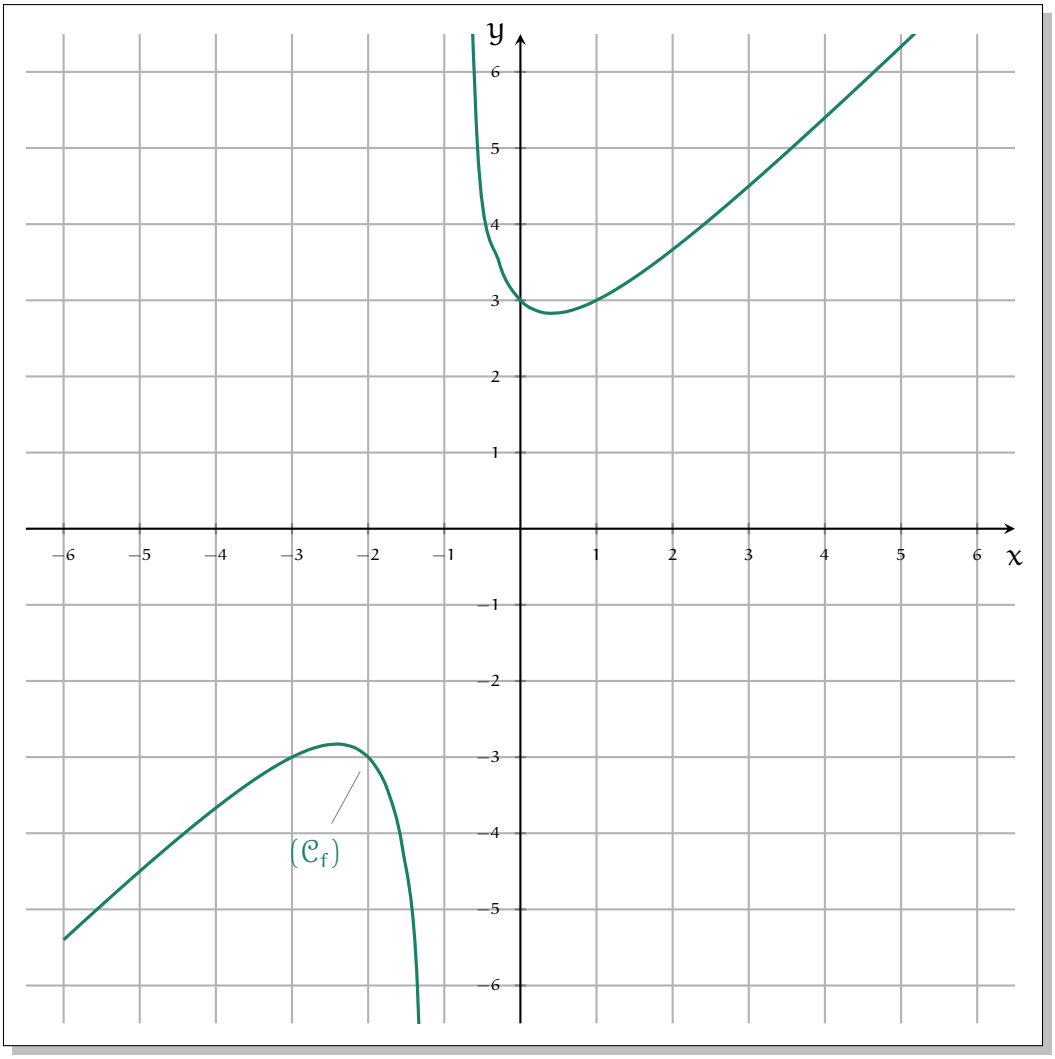
① إشرح طريقة رسم منحى الدالة h حيث $h(x) = -|f(x)|$ ثم أرسمه على الوثيقة المرافقة.

② نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = \dfrac{x^2+2|x|+3}{|x|+1}$، (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(ا) عين D_g

(ب) بين أن الدالة g زوجية.

(ج) إشرح كيفية رسم (C_g) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه على الوثيقة المرافقة.


y
x
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
$(\mathcal{C}_f)$

تصحيح الفرض الأول مادة الرياضيات

التمريـــــن (1)

$g(x) = x^3 + (\gamma+1)x^2 - x + \gamma + 7$

1 تعيين قيمة γ حتى يكون (-1) جذر لكثير الحدود $g(x)$:

(-1) جذر لكثير الحدود $g(x)$ معناه $g(-1) = 0$ حيث

$$g(-1) = (-1)^3 + (\gamma+1)(-1)^2 - (-1) + \gamma + 7$$
$$g(-1) = -1 + \gamma + 1 + 1 + 7$$
$$g(-1) = 2\gamma + 8$$

و منه نستنتج أن $2\gamma + 8 = 0$ أي $\gamma = -4$

2 من أجل $\gamma = -4$ فإن $g(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

ا) تعيين $Q(x)$:

باستعمال القسمة الإقليدية نجد

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 - x + 3 & x+1 \\ \hline -x^3 - x^2 & x^2 - 4x + 3 \\ \hline -4x^2 - x & \\ 4x^2 + 4x & \\ \hline 3x + 3 & \\ -3x - 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

و منه $Q(x) = x^2 - 4x + 3$ و $g(x) = (x+1)(x^2 - 4x + 3)$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$:

$g(x) = 0$ تكافئ $x + 1 = 0$ (-1 جذر لـ $g(x)$) أو $x^2 - 4x + 3 = 0$

بحساب المميز نجد

حساب Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-3)$$
$$\Delta = 16 - 12$$
$$\Delta = 4$$

إذا $\Delta \succ 0$ للمعادلة حلان مختلفان هما

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_1 = \frac{4-2}{2}$$
$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{4+2}{2}$$
$$x_2 = 3$$

و منه حلول المعادلة $g(x) = 0$ هي $S' = \{-1; 1; 3\}$

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) > 0$:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x^2 - 4x + 3$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

وبالتالي حلول المتراجحة هي : $x \in]-1; 1[\cup]3; +\infty[$

د) إستنتاج حلول المعادلة $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$:

نلاحظ أن $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2 - x^2 + 3$

بوضع $X = x^2$ فالمعادلة $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$ تكافئ $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

حيث حلول المعادلة $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ هي $S' = \{-1; 1; 3\}$

لما $X = 1$ أي $x^2 = 1$ تكافئ $x = 1$ أو $x = -1$

لما $X = 3$ أي $x^2 = 3$ تكافئ $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$

لما $X = -1$ أي $x^2 = -1$ (غير محققة في $\mathbb{R}$)

ومنه حلول المعادلة $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$ هي $S' = \{-1; 1; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

التمريـــــن (2)

1 **شرح طريقة رسم منحى الدالة h :**

$$h(x) = -|f(x)| = \begin{cases} -f(x)\,;\, f(x) \geqslant 0 \\ f(x)\,;\, f(x) \leqslant 0 \end{cases}$$

أي $$h(x) = \begin{cases} -f(x)\,;\, x \in]-1;+\infty[\\ f(x)\,;\, x \in]-\infty;-1[\end{cases}$$

لما $x \in]-1;+\infty[$، (C_f) و (C_h) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل

لما $x \in]-\infty;-1[$، (C_h) ينطبق على (C_f)

2 $g(x) = \dfrac{x^2 + 2|x| + 5}{|x| + 1}$

1) تعيين D_g :

$D_g = \{x / |x| + 1 \neq 0\}$

$D_g = \{x / |x| \neq -1\}$

$D_g = \mathbb{R}$

إثبات أن الدالة g زوجية :

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ أي $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة للصفر حيث $g(x) = f(|x|)$

و منه $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$

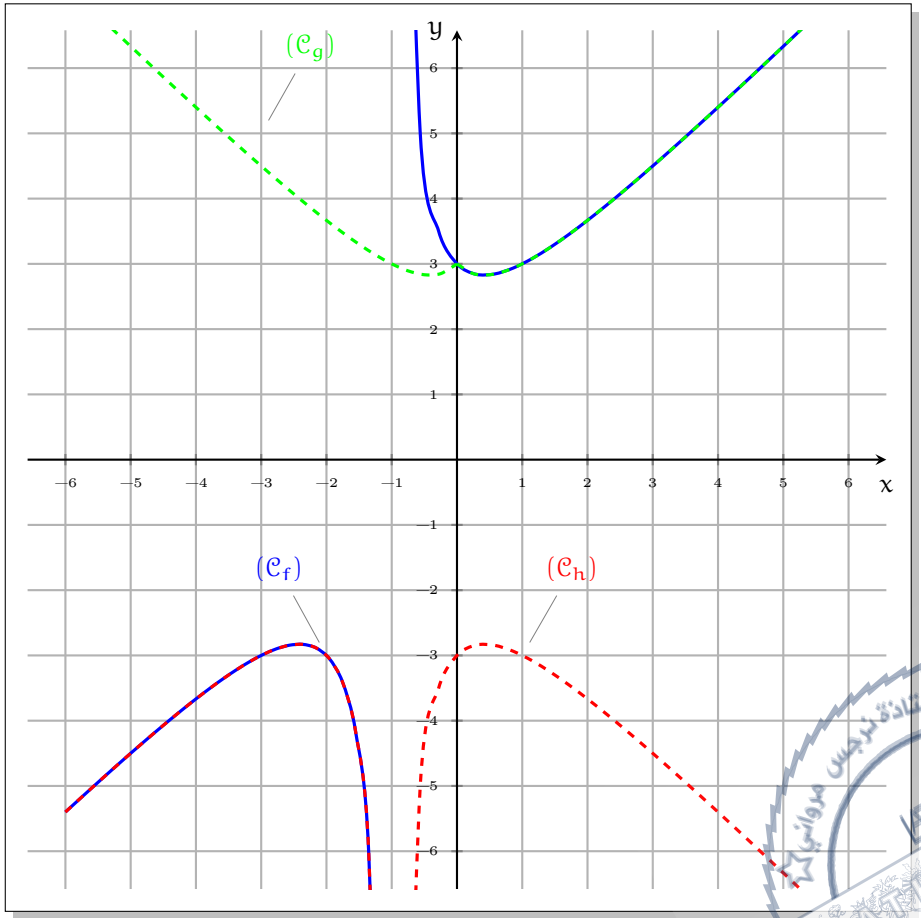
إذن الدالة g زوجية

كيفية رسم (C_g) إنطلاقا من (C_f) :

$$g(x) = \begin{cases} f(x)\,;\, x \geqslant 0 \\ f(-x)\,;\, x \leqslant 0 \end{cases}$$

لما $x \in [0;+\infty[$ ، (C_g) ينطبق على (C_f)

لما $x \in]-\infty;0]$، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب لأنها دالة زوجية



صفحة الأستاذة نرجس مرواني
MATHEMATICS
LaTeX
التعليم الثانوي
فروض دروس سلاسل تمارين ملخصات

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات
profmerouani
merouaninardjiss@gmail.com
0770349020