التمرين الأول: (6 نقاط)

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 2$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = 1 + 4u_n + \sqrt{1+4u_n}$

أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > 0$

ب ـ بين أن المتتالية متزايدة تماما.

2) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \sqrt{1+4u_n}$

أ ـ اوجد عبارة الحد العام u_n بدلالة v_n

ب ـ اثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $(v_{n+1})^2 = 4\left(v_n + \frac{1}{2}\right)^2$ ثم استنتج v_{n+1} بدلالة v_n

3) نضع $w_n = v_n + 1$

أ ـ اثبت أن (w_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ ويطلب تحديد أساسها و حدها الأول w_0 .

ب ـ اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n

4) أ ـ بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{1}{4}\left(w_n^2 - 2w_n\right)$

ب ـ استنتج بدلالة n عبارة الحد العام u_n . هل المتتالية (u_n) متقاربة؟

ج ـ احسب بدلالة n المجموع: $s_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

يضم كيس خمس كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كرات حمراء مرقمة من 6 إلى 8 وكرتين خضراوين تحملان الرقمين 9 و 10(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

1) ما احتمال وقوع الحوادث التالية: A " الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين فرديين " .

B " الكرتان المسحوبتان من نفس اللون " ، C " الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين "

هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2) ما احتمال سحب رقم زوجي على الأقل ؟

3) ما احتمال سحب كرتين تحملان رقمين فرديين علما أنهما من لونين مختلفين ؟

4) ما هو عدد الكرات البيضاء الممكن إضافتها إلى الكيس حتى يكون عدد الحالات الممكنة يساوي120 ؟

التمرين الثالث: (9 نقاط)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{x}(2-x)-2$

1) احسب ما يلي: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,5<\alpha<1,6$

4) احسب $g(0)$ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

5) بين أن معادلة المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة α هي: $y=\dfrac{2(1-\alpha)}{2-\alpha}(x-\alpha)$

6) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=|g(x)|$

7) بين أن الدالة h غير قابلة للإشتقاق عند α ثم فسر النتيجة بيانيا.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{2}}{e^{x}-1} & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم برر أنها مستمرة على $\mathbb{R}$.

2) احسب ما يلي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{\left(e^{x}-1\right)^{2}}$

4) ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها .

5) بين أن: $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

6) انشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد و متجانس .

7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=e^{-m}$