تمرين شامل حول الاحتمالات من تأليف الأستاذ مباركي MEBARKI2018

الجزء الأول :

✓ ليكن X المتغير العشوائي للعبة الذي قانون احتماله معرف في الجدول الآتي :

x_i	-4	-3	-2	1	2	β
p_i	α	$\frac{3}{4}\alpha$	$\frac{1}{21}$	$\frac{11}{42}$	$\frac{7}{4}\alpha$	$\frac{15}{4}\alpha$

1) اوجد قيمة α .

2) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ في حالة $\beta = 6$.

3) أوجد β حتى تكون اللعبة عادلة . (تعطى النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال)

4) نفرض أن: $\alpha = \frac{2}{21}$ و $\beta = 6$.

a) اوجد : $P(X \le -2)$ ، $P(X \succ 0)$ ، $P(X \succ 6)$ ، $P(-3 \prec X \le 1)$ ، $P(X^2 + 2X - 3 \prec 0)$.

b) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم $E(X^2)$ ، $E(X^4)$.

c) احسب $E(-3X+5)$ بطريقتين مختلفتين . ثم $E((-3X+5)^2)$.

d) احسب التباين : $VAR(X)$ و $VAR(X^2)$ ثم استنتج الانحراف المعياري $\sigma(X)$ و $\sigma(X^2)$.

e) احسب : $VAR(-3X+5)$ بطريقتين مختلفتين .

الجزء الثاني :

✚ أثبت أن : $1! = 1$ ، $0! = 1$.

✚ كيس A يحوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين وكرة سوداء ، وكيس آخر B يحوي على 4 كرات حمراء و كرة خضراء و كرة سوداء لا نفرق بين كل الكرات باللمس .

نرمز لـ : الحادثة A " سحب كرة من الكيس A " و الحادثة B " سحب كرة من الكيس B " .

الحادثة R " سحب كرة حمراء " ، الحادثة V " سحب كرة خضراء " ، الحادثة N " سحب كرة سوداء".

الجزء 1 :

✓ نسحب من الكيس A كرتين في آن واحد .

1) ما احتمال سحب كرتين من نفس اللون ثم استنتج احتمال سحب كرتين مختلفتين في اللون .

2) ما احتمال سحب كرة حمراء والأخرى خضراء .

3) ما احتمال سحب كرة حمراء واحدة فقط .

4) ما احتمال سحب كرة حمراء على الأقل .

5) ما احتمال سحب كرتين حمراواتين على الأكثر.

✓ اجب على الأسئلة السابقة في حالة سحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع ثم على التوالي وبالإرجاع .

مع إضافة السؤالين :

1) ما احتمال سحب الكرة الأولى حمراء والكرة الثانية خضراء .

2) ما احتمال سحب الكرة الأولى حمراء .

الجزء 2 :

✓ نرمي زهرة نرد متجانسة مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة ونهتم بالرقم الظاهر في الجزء العلوي .
إذا كان الرقم الظاهر يقبل القسمة على 3 فإننا سحب كرة واحدة من الكيس A .
وإن لم يكن كذالك نسحب كرة واحدة من الكيس B .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية .
2) اوجد $P(B)$.
3) اوجد $P_B(V)$ احتمال الحادثة V علما أن B محققة .
4) احسب $P(B \cap V)$ احتمال سحب كرة خضراء من الكيس B .
5) احسب $P(V)$ احتمال الحادثة V ثم استنتج $P(\overline{V})$.
6) هل الحادثتين B و V مستقلتين ؟
7) احسب $P(B \cup V)$ ثم احسب $P(\overline{B} \cap \overline{V})$.
8) احسب $P_V(B)$ احتمال الحادثة B علما أن B محققة .

الجزء 3 :

1) في هذه المرة نسحب كرة واحدة من الكيس A ثم نضعها في الكيس B ثم نسحب كرة من الكيس B
.

a) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .
b) احسب $P(R_A)$ احتمال سحب كرة حمراء من الكيس A .
c) احسب $P(R_B)$ احتمال سحب كرة حمراء من الكيس B .
d) علما أن الكرة المسحوبة من الكيس B حمراء ، احسب احتمال سحب كرة سوداء من الكيس A .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل كرة حمراء بـ 3 و الكرة الخضراء بخسارة 2 والكرة السوداء بخسارة 1 (باعتبار اللون المسحوب من الكيس A و اللون المسحوب من الكيس B)

a) أوجد قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله .
b) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ، هل اللعبة عادلة ؟ علل .
c) احسب التباين $V(X)$ ثم استنتج الانحراف المعياري $\sigma(X)$.

3) أراد صاحب اللعبة أن يغير قيم المتغير العشوائي X وذلك بـ Y حيث $Y = -3X + 2$.

a) ما هي قيم المتغير العشوائي Y ثم اوجد قانون احتماله .
b) احسب الأمل الرياضياتي $E(Y)$ بطريقتين مختلفتين .
c) احسب التباين $V(Y)$ بطريقتين مختلفتين وأيضا بالنسبة للانحراف المعياري $\sigma(Y)$.