ج/ حساب DE :

لدينا: * المستقيمين (AB) و (AC) يتقاطعان في النقطة A.

* $E \in (AB)$ ، $D \in (AC)$ تختلفان عن A

* بما أن: $(BC)//(DE)$ و حسب خاصية طالس فإن:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} = \frac{CB}{DE}$$

بالتعويض نجد: $\frac{6}{2} = \frac{4.5}{1.5} = \frac{7.5}{DE}$

ومنه: $\frac{6}{2} = \frac{7.5}{DE}$ أي: $DE = \frac{2 \times 7.5}{6}$

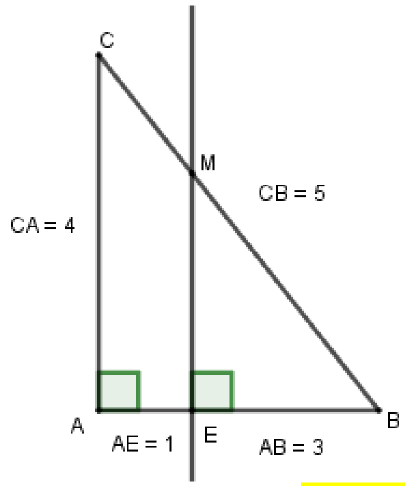
$DE = 2.5$

إذن: $DE = 2.5cm$

ملاحظة: يمكن تطبيق خاصية فيثاغورس لحساب الطول DE في المثلث ADE القائم في A

حل التمرين 02:

1) أ/إنشاء الشكل:



ب/ حساب الطول AC

بمأن المثلث ABC قائم في A و حسب خاصية فيثاغورس فإن:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$5^2 = 3^2 + AC^2$

$25 = 9 + AC^2$

$AC^2 = 25 - 9$ ومنه: $AC = 4cm$

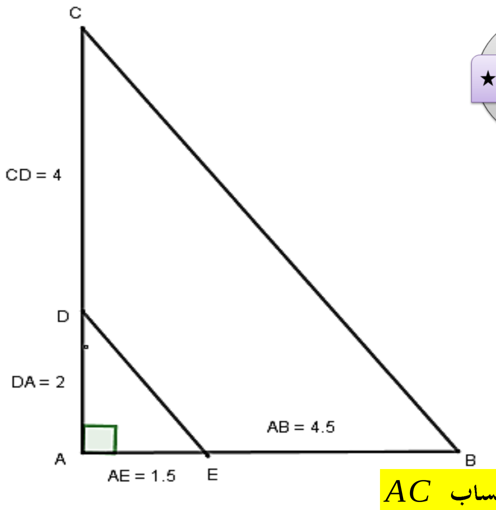
$AC^2 = 16$

$AC = \sqrt{16}$

$AC = 4$

حل التمرين الأول:

1) انشاء الشكل:



2) حساب AC

بمأن المثلث ABC قائم في A و حسب خاصية فيثاغورس فإن:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$(7.5)^2 = (4.5)^2 + AC^2$

$56.25 = 20.25 + AC^2$

$AC^2 = 56.25 - 20.25$ ومنه: $AC = 6cm$

$AC^2 = 36$

$AC = \sqrt{36}$

$AC = 6$

3) أ/ تعيين النقطتين E و D

لدينا: $AB = 3AE$ و $DC = \frac{2}{3}AC$

$AE = \frac{AB}{3}$ ، $DC = \frac{2}{3} \times 6$

$AE = \frac{4.5}{3}$ ، $DC = 4cm$

$AE = 1.5cm$

ب/ إثبات أن: $(BC)//(DE)$

لدينا: * المستقيمين (AB) و (AC) يتقاطعان في النقطة A.

* نتحقق أن: $\frac{AC}{AD} \overset{?}{=} \frac{AB}{AE}$

لدينا: $\frac{AC}{AD} = \frac{6}{2} = 3$ و $\frac{AB}{AE} = \frac{4.5}{1.5} = 3$ ومنه: بما أن

$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$ و النقط A ، E ، B و A ، D ، C على استقامة واحدة و بنفس الترتيب و حسب خاصية طالس العكسية

فإن: $(BC)//(DE)$

أستاذ ★ أ. بوطيبة ★ الرياضيات

2) إيجاد الطول BM

أولا: إثبات أن: $(AC)//(ME)$

بما أن: $(AC)//(AB)$ و $(ME)//(AB)$ فإن:

$(AC)//(ME)$

ثانيا: لدينا: * المستقيمين (AB) و (BC) يتقاطعان في النقطة B

* $E \in (AB)$ ، $M \in (BC)$ تختلفان عن B

* بما أن: $(AC)//(ME)$ و حسب خاصية طالس فإن:

$$\frac{BC}{BM}=\frac{BA}{BM}=\frac{AC}{ME}$$

بالتعويض نجد: $\frac{5}{BM}=\frac{3}{2}=\frac{4}{ME}$

ومنه: $\frac{3}{2}=\frac{5}{BM}$ أي: $BM=\frac{2\times5}{3}$

$BM=\frac{10}{3}$

إذن: $BM=\frac{10}{3}cm$

3) أ/ حساب $\cos A\hat{B}C$

$\cos A\hat{B}C=\frac{AB}{BC}$

المثلث ABC قائم في A ومنه: $\cos A\hat{B}C=\frac{3}{5}$

$\cos A\hat{B}C=0.6$

ومنه: $shift\ \cos 0.6\simeq 53.13...$ ومنه: بالتدوير الى الدرجة نجد:

$A\hat{B}C=53°$

ب/ استنتاج قيس الزاوية $E\hat{M}B$

لدينا: في المثلث EMB القائم في E:

$M\hat{B}E+B\hat{M}E=90°$

$B\hat{M}E=90°-M\hat{B}E$

$B\hat{M}E=90°-53°$

$B\hat{M}E=37°$

حل التمرين 03: مأخوذ من الاجابة النموذجية لشهادة ت. م 2010

في المثلث ABC لنا: $E\in(AB)$ ، $F\in(AC)$ تختلفان عن A

و بما أن: $(AC)//(ME)$ و حسب خاصية طالس فإن:

$\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{FE}{CB}$ بالتعويض:

$\frac{4}{AC}=\frac{2}{5}=\frac{FE}{7}$ و منه:

$AC=\frac{4\times5}{2}=10$

$FC=AC-AF=6$

$FE=\frac{2\times7}{5}=2,8$

حل التمرين 04: مأخوذ من الاجابة النموذجية لشهادة ت. م 2010

1) قطر المربع:

$x+x+2=28$

$2x=26$ أي $x=13$

2) طول عرض المستطيل:

قطر مستطيل: $x+2=15$

المستطيل بعداه: L,l حيث:

$L=12$ و $\cos\alpha=\frac{L}{15}=0.8$

$l^2+L^2=15^2$

$l^2=225-144\ ,\ l=9$

3) لحساب التكلفة نحسب مساحات الأشكال:

أ) مساحة المربع:

المربع طول قطره 13 و منه طول ضلعه a

$2a^2=13^2$ ومنه $a=\frac{13\sqrt{2}}{2}$

مساحة المربع S_1:

$S_1=a^2=\frac{13^2\times2}{4}=84,5m^2$

مساحة المستطيل S_2:

$S_2=L\times l=12\times9=108m^2$

مساحة نصف القرص S_3:

$S_3=\frac{\pi R^2}{2}=\frac{3,14\times6^2}{2}=56,52m^2$

الكلفة K:

$K=(S_1+S_2+S_3)\times800$

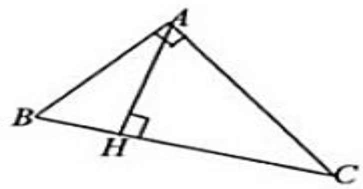
$=(84,5+108+56,52)\times800$

$K=199216$

السعر الإجمالي هو 199216 دينارًا.

حل التمرين 05: مأخوذ من الاجابة النموذجية لشهادة ت. م 2011

لدينا: المثلث ABC قائم في A ومنه:



$\cos A\hat{B}C=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

(1) في المثلث ABC: $\cos A\hat{B}C=\frac{AB}{BC}$

(2) في المثلث ABH: $\cos A\hat{B}C=\frac{BH}{AB}$

و منه $\frac{AB}{BC}=\frac{BH}{AB}$

و منه

$AB\times AB=BH\times BC$

$AB^2=BH\times BC$

حل التمرين 09: مأخوذة من الاجابة النموذجية لشهادة ت. م 2016

1) إثبات أن: $\frac{MA}{MN}=\frac{2}{3}$:

لدينا: $(NC)//(AD)$ والنقط A,M,N و D,M,C استقامية بنفس الترتيب حسب خاصية طالس

$$\frac{MA}{MN}=\frac{MD}{MC}=\frac{AD}{CN} \quad ..... (1)$$

بما أن: $MC=CD-MD=50-20=30$

فإن: $\frac{MA}{MN}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$

2) حساب الطول BN:

من (1) لدينا: $\frac{MA}{MN}=\frac{AD}{CN}$ وعليه: $\frac{2}{3}=\frac{40}{CN}$ وبالتالي: $CN=\frac{40\times 3}{2}=60$

ومنه: $BN=BC+CN=40+60=100$

وعليه: $BN=100\ m$

3) حسابالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{MAD}$:

لدينا في المثلث ADM القائم في D: $\tan\widehat{MAD}=\frac{DM}{AM}$ أي: $\tan\widehat{MAD}=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$

باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة نجد: $\widehat{MAD}=27°$

حل التمرن 10:

1) إثبات أن: $(AI)//(UO)$

لدينا: * المستقيمين (UI) و (AO) يتقاطعان في النقطة M.

* نتحقق أن: $\frac{MO}{MA}\overset{?}{=}\frac{MU}{MI}$

لدينا: $\frac{MU}{MI}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$ و $\frac{MO}{MA}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$

ومنه: بما أن $\frac{MO}{MA}=\frac{MU}{MI}$ و النقط U، M، I، و O، M، A على استقامة واحدة و بنفس الترتيب و حسب خاصية طالس العكسية فإن: $(AI)//(UO)$

2) حساب قيس الزاوية $A\hat{I}M$

لدينا: المثلث AMI قائم في M

$$\tan A\hat{I}M = \frac{AM}{MI}$$

ومنه: $$\tan A\hat{I}M = \frac{27}{36}$$

$$\tan A\hat{I}M = 0.75$$

ومنه: $shift\ \tan 0.75 \simeq 36.869...$ ومنه: بالتدوير الى الدرجة نجد:

$$A\hat{I}M = 37°$$

حل التمرين 06: مأخوذة من الاجابة النموذجية لشهادة ت. م 2014

1) حساب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة:

في المثلث ABC القائم في B لدينا: $\tan\widehat{ACB}=\frac{AB}{BC}$ أي $\tan 25°=\frac{AB}{22}$

ومنه: $AB=22\times\tan 25°$ إذن: $AB\approx 10m$ $(\tan 25°\approx 0{,}466)$

2) حساب مساحة شبه المنحرف $ABCD$:

$$\mathcal{A}_1=\frac{(22+12)\times 10}{2}=170 \text{ ، أي أن : } \mathcal{A}_1=170\,m^2$$

حساب مساحة المثلث ABC:

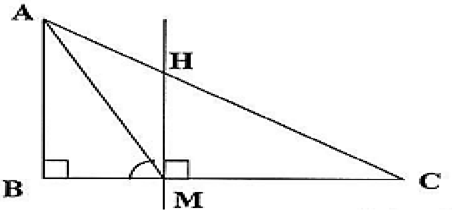
$$\mathcal{A}_2=\frac{22\times 10}{2}=110 \text{ ، أي أن : } \mathcal{A}_2=110\,m^2$$

مساحة الجزء المظلل من الشكل:

$$\mathcal{A}=\mathcal{A}_1-\mathcal{A}_2=170-110=60$$

أي أن :

حل التمرين 07: مأخوذة من الاجابة النموذجية لشهادة ت. م 2013



حساب : HM

في المثلث ABC لدينا: $M\in(CB)$، $H\in(AC)$ تختلفان عن A و بما أن: $(AB)//(HM)$ (لأنهما عموديان على نفس المستقيم (CB)) و حسب خاصية طالس فإن:

$$\frac{CM}{CB}=\frac{MH}{AB} \quad ; \quad \frac{6}{8}=\frac{MH}{4} \quad ; \quad MH=\frac{4\times 6}{8} \quad ; \quad MH=3cm$$

حساب: $\tan\widehat{AMB}$

$$\tan\widehat{AMB}=\frac{AB}{BM} \quad ; \quad \tan\widehat{AMB}=\frac{4}{2} \quad ; \quad \tan\widehat{AMB}=2$$

استنتاج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$

$\widehat{AMB}=63{,}4°\simeq 63°$

حل التمرين 08: مأخوذة من الاجابة النموذجية لشهادة ت. م 2015

1) برهان أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان:

لدينا $\frac{OA}{OC}=\frac{12}{5}=2{,}4$ و $\frac{OB}{OD}=\frac{18}{7{,}5}=2{,}4$

نستنتج أن: $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}$

و بما أن النقط A، O، C في استقامية و كذلك النقط B، O، D و بنفس الترتيب

إذن المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان (حسب عكس مبرهنة طالس).

2) حساب الطول AB :

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث ABO القائم في O نجد: $AB^2=OA^2+OB^2$

بالتعويض نجد: $AB^2=12^2+18^2$ ومنه: $AB^2=144+324=468$

إذن: $AB=\sqrt{468}=6\sqrt{13}\,cm$

أستاذ الرياضيات ★ أ. بوطبية ★

حل التمرين 11:

حساب AC

بماأن المثلث ADC قائم في D و حسب خاصية فيثاغورس فإن:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$
$$AC^2 = 6^2 + 8^2$$
$$AC^2 = 36 + 64$$
$$AC^2 = 100$$
$$AC = \sqrt{100}$$
$$AC = 10$$

ومنه: $AC = 10cm$

2) إثبات أن: $(EF)//(AC)$

لدينا: * المستقيمين (BA) و (BC) يتقاطعان في النقطة B.

* نتحقق أن: $\frac{BA}{BE} \stackrel{?}{=} \frac{BC}{BF}$

لدينا: $\frac{BA}{BE} = \frac{8}{2} = 4$ و $\frac{BC}{BF} = \frac{6}{1.5} = 4$

ومنه: بما أن $\frac{BC}{BF} = \frac{BA}{BE}$ و النقط B، E، A و B، F، C على استقامة واحدة و بنفس الترتيب و حسب خاصية طالس العكسية فإن: $(EF)//(AC)$

2) حساب قيس الزاوية $B\hat{E}F$

لدينا: المثلث BEF قائم في B

$$\tan B\hat{E}F = \frac{BF}{BE}$$

ومنه: $\tan B\hat{E}F = \frac{1.5}{2}$

$$\tan B\hat{E}F = 0.75$$

ومنه: $shift\ \tan 0.75 \simeq 36.869...$ ومنه: بالتدوير الى الدرجة

نجد: $B\hat{E}F = 37°$

التمرين 13:

حساب AN

لدينا: * المستقيمين (AB) و (AC) يتقاطعان في النقطة A.

*$M \in (AB)$، $N \in (AC)$ تختلفان عن A

* بما أن: $(BC)//(MN)$ و حسب خاصية طالس فإن:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

بالتعويض نجد: $\frac{AN}{5.5} = \frac{2.2}{4} = \frac{MN}{BC}$

ومنه: $\frac{2.2}{4} = \frac{AN}{5.5}$ أي: $AN = \frac{2.2 \times 5.5}{4}$

$$AN = 3.025$$

إذن: $AN = 3.025cm$

2) حساب $\frac{MN}{BC}$

لدينا من الجواب الاول: $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

أي: $\frac{MN}{BC} = \frac{2.2}{4} = \frac{22}{40} = \frac{11}{20}$

حل التمرين 13:

1) إثبات أن: $C = 1$:

$$C = \frac{2.5 \times 10^{17} \times 0.17 \times 10^{-3}}{425 \times 10^{11}}$$
$$C = \frac{2.5 \times 0.17 \times 10^{17-3}}{425 \times 10^{11}}$$
$$C = \frac{0.425}{425} \times \frac{10^{14}}{10^{11}}$$
$$C = 0.001 \times 10^3$$
$$C = 1$$

2) إثبات أن: $\cos^2 x + \sin^2 y = C$

$$\cos^2 x + \sin^2 y = \left(\frac{\sqrt{11}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^2$$
$$\cos^2 x + \sin^2 y = \frac{11}{16} + \frac{5}{16}$$
$$\cos^2 x + \sin^2 y = \frac{11+5}{16}$$
$$\cos^2 x + \sin^2 y = 1$$

3) نستنتج بالنسبة للزاويتين اللتين قيساهما x و y أنهما متقايستان

4) حساب $\tan x$:

$$\tan x = \frac{\sin y}{\cos x}$$
$$\tan x = \frac{\frac{\sqrt{5}}{4}}{\frac{\sqrt{11}}{4}}$$
$$\tan x = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}$$
$$\tan x = \sqrt{\frac{5}{11}}$$

3) إثبات أن: (AC)//(ME)

لدينا: $(AC)\perp(AB)$ لأن: المثلث ABC قائم في A

و $(ME)\perp(AB)$

إذن: المستقيمان $(AC);(ME)$ عموديان على نفس المستقيم فهما متوازيان أي: $(AC)//(ME)$

حساب: ME

لدينا: * المستقيمان (AB) و (BC) يتقاطعان في النقطة B.

* $M\in(AB)$، $N\in(BC)$ تختلفان عن B

* بما أن: $(AC)//(ME)$ و حسب خاصية طالس فإن:

$$\frac{BM}{BA}=\frac{BE}{BC}=\frac{ME}{AC}$$

بالتعويض نجد: $\frac{5}{6}=\frac{BE}{BC}=\frac{ME}{4}$

ومنه: $\frac{5}{6}=\frac{ME}{4}$ أي:

$$ME=\frac{5\times 4}{6}$$

$$ME=\frac{20}{6}$$

$$ME=\frac{10}{3}$$

إذن: $ME=\frac{10}{3}cm$

- المثلث AEM قائم في M لأن: $(ME)\perp(AB)$

ومنه: $(ME)\perp(AM)$

حل التمرين 17:

1) إثبات أن: $(MN)//(BC)$

لدينا: $(MN)\perp(MC)$ لأن: المثلث NMO قائم في M

و $(BC)\perp(MC)$ لأن: المثلث BCO قائم في C

إذن: المستقيمان $(MN);(BC)$ عموديان على نفس المستقيم فهما متوازيان أي: $(MN)//(BC)$

2) إثبات أن: $\frac{OB}{ON}=0,6$:

لدينا: * المستقيمان (NB) و (MC) يتقاطعان في النقطة O.

* بما أن: $(MN)//(BC)$ و حسب خاصية طالس فإن:

$$\frac{OB}{ON}=\frac{OC}{OM}=\frac{BC}{MN}$$

بالتعويض نجد: $\frac{OB}{ON}=\frac{9}{15}=\frac{BC}{MN}$

ومنه: $\frac{OB}{ON}=\frac{9}{15}=0.6$

حل التمرين 15:

1) حساب قيس الزاوية $R\hat{S}T$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة:

لدينا RST مثلث قائم في R :

$\tan R\hat{S}T=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ومنه: $shift\ \tan\frac{\sqrt{5}}{2}\simeq 48.19...$ ومنه: بالتدوير الى الدرجة

نجد: $R\hat{S}T=48°$

2) حساب RT

لدينا RST مثلث قائم في R

$$\tan R\hat{S}T=\frac{RT}{RS}$$

ومنه: $\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{RT}{6}$ إذن: $RT=\frac{6\sqrt{5}}{2}=3\sqrt{5}$

أي: $RT=3\sqrt{5}cm$

حساب ST

بما أن RST مثلث قائم في R وحسب خاصية فيثاغورس فإن:

$$ST^2=RT^2+RS^2$$

$$ST^2=(3\sqrt{5})^2+6^2$$

$$ST^2=9\times 5+36$$

$$ST^2=81$$

$$ST=\sqrt{81}$$

$$ST=9$$

ومنه: $ST=9cm$

حساب $\sin S\hat{T}R$

لدينا RST مثلث قائم في R

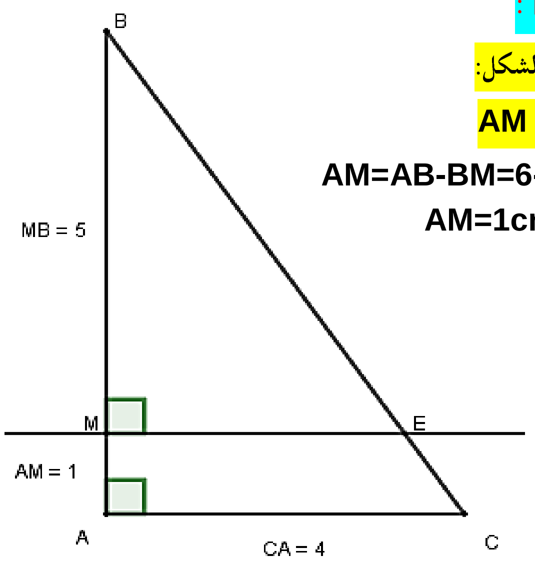
$$\sin S\hat{T}R=\frac{RS}{TS}$$

ومنه: $\sin S\hat{T}R=\frac{6}{9}$

$$\sin S\hat{T}R=\frac{2}{3}$$

حل التمرين 16:

1) انشاء الشكل:



2) حساب AM

AM=AB-BM=6-5=1

أي: AM=1cm

3) حساب OB

لدينا: $\frac{OB}{ON}=0,6$ ومنه: $\frac{OB}{17.5}=0,6$

أي: $OB=0,6\times 17.5$

$OB=10.5$

إذن: $OB=10.5\,cm$

حل التمرين 18:

حساب RT

RNT مثلث قائم في R و حسب خاصية فيثاغورس فإن:

$$NT^2=NR^2+RT^2$$

$$(10.2)^2=9^2+RT^2$$

$$RT^2=(10.2)^2-9^2$$

$$RT^2=104.04-81$$

$$RT^2=23.04$$

$$RT=\sqrt{23.04}$$

$$RT=4.8$$

ومنه: $RT=4.8cm$

إثبات أن: $(AB)//(NT)$

لدينا: * المستقيمين (NR) و (RT) يتقاطعان في النقطة R.

* نتحقق أن: $\frac{RN}{RA}\overset{?}{=}\frac{RT}{RB}$

لدينا: $\frac{RN}{RA}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=1.5$

و $\frac{RT}{RB}=\frac{4.8}{4.8-1.6}=\frac{4.8}{3.2}=1.5$

ومنه: بما أن $\frac{RN}{RA}=\frac{RT}{RB}$ و النقط R، A، N و R، B، T على استقامة واحدة و بنفس الترتيب و حسب خاصية طالس العكسية فإن: $(AB)//(NT)$

حل التمرين 19:

إثبات أن OB = 9cm

لدينا: $\widehat{AOB}$ زاوية قائمة ومنه: المثلث **AOB** قائم في **O**

$$\tan O\hat{A}B=\frac{OB}{OA}$$

ومنه: $\tan 60°=\frac{OB}{\sqrt{3}}$

$$OB=3\sqrt{3}\times\tan 60°=9$$

إثبات أن: $(AB)//(CD)$

لدينا: * المستقيمين (CB) و (AD) يتقاطعان في النقطة O.

* نتحقق أن: $\frac{OA}{OD}\overset{?}{=}\frac{OB}{OC}$

لدينا: $\frac{OA}{OD}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=3$ و $\frac{OB}{OC}=\frac{9}{3}=3$

ومنه: بما أن $\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}$ و النقط D، O، A و C، O، B على استقامة واحدة و بنفس الترتيب و حسب خاصية طالس العكسية فإن: $(AB)//(CD)$

حل التمرين 20:

1) تبيين أن المثلث BEH قائم في E:

لدينا: $BH^2=6^2=36$

$EH^2+EB^2=3^2+(3\sqrt{3})^2=3^2+3^2(\sqrt{3})^2=9+27=36$

بما أن $BH^2=EH^2+EB^2$ فإن المثلث BEH قائم في E حسب النظرية العكسية لفيثاغورس

2) شرح وضعية التوازي للمستقيمين (AC) و (EH):

لدينا: $(EH)\perp(AE)$: لأن المثلث BEH قائم في E

و $(AC)\perp(AE)$: لأن المثلث ABC مُحاط بالدائرة (G) و ضلعه $[BC]$ قطر لها، فهو قائم في A

إذن (AC) و (EH) عموديان على نفس المستقيم (AE) فهما متوازيان.

3) حساب الطول BC:

لدينا $(AC)//(EH)$ و B تنتمي إلى كل من (AE) و (CH)

حسب نظرية طالس نجد :

$\frac{AC}{EH}=\frac{BA}{BE}=\frac{BC}{BH}$ بالتعويض : $\frac{AC}{3\sqrt{3}}=\frac{4,5}{3}=\frac{BC}{6}$ نأخذ: $\frac{4,5}{3}=\frac{BC}{6}$ ومنه $BC=\frac{6\times 4,5}{3}$

و منه : $BC=9cm$