الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة - ورقلة

الأنيس

لشهادة التعليم المتوسط

BEM 2020

في الرياضيات

من إعداد:

- أماني مشري
- رقية غربية
- محمد الأمين قسومي
- منال مختاري
- ندى زبيدي
- نور الهدى العايب
- هلال عرجاني
- هند حرز الله

تحت إشراف الدكتورة : سليمة عزوز

بسم الله الرحمن الرحيم

شكر و تقدير

ومن حق النعمة الذكر، و أقل جزاء للمعروف الشكر..
فبعد شكر المولى عز و جل ،المتفضل بجليل النعم ، وعظيم الجزاء

و إيمانا منا بأنه من لا يشكر الناس لا يشكر الله نضع بين يدي أستاذتنا الدكتورة المحترمة *سليمة* عزوز أسمى عبارات الشكر و التقدير التي علمتنا كيف نجعل أفكارنا دافعا، و أحلامنا واقعا، فأبحرنا معها في مشروع بدا فكرة و انتهى كتابا ، فلها في ذلك كل الشكر و الامتنان.

كما نشكر السيد مدير المدرسة العليا للأساتذة بورقلة الدكتور فوزي *بن براهيم* الذي وضع ثقته فينا

و تحمس لفكرة انجاز هذا الكتاب بمجرد اقتراحها عليه.

و في الأخير نشكر كل من ساهم في انجاز هذا الكتاب.

فريق العمل

مقدمة

تجاوبًا مع تطوير البرامج التعليمية و في إطارإكساب المتعلم للكفاءات المنهجية و الرياضية و تماشيا مع التوجيهات التربوية و التعليمية الواردة في منهاج الرياضيات ، نضع بين أيدي المترشحين لشهادة التعليم المتوسط هذا الكتاب المتواضع، والذي قد هُيكِل بشكل بسيط يجعل استعماله سلسًا و مؤنسا في ظل هذه الظروف التي نمر بها - الحجر الصحي- حيث تناولنا مجموعة من اختبارات شهادة التعليم المتوسط خلال السنوات الأخيرة (من سنة 2011 إلى سنة 2019) بحيث تم تجميع التمارين المتشابهة مع بعضها البعض في خمسة أبواب حسب الشكل العام لاختبار شهادة التعليم المتوسط ليكون أكثر بساطة و نفعا دون إثقال صفحاته بملخصات الدوس لوفرتها و تنوعها في جهات عدة.

أردنا بهذا التنويع في الطرح ترسيخ مكتسباتكم المعرفية و تعزيز قدراتكم و مهارتكم، و نأمل أن تجدوا في هذا الكتاب المتواضع ما ينمي عندكم الإرادة و العزم على بلوغ هدفكم و أن تكلل جهودكم بالتوفيق و النجاح.

أكيد كل عمل بشري من طبيعته أن يكون فيه نقص فنرجو من رجالات الميدان من السادة مفتشي التربية و أساتذة الرياضيات أن لا يبخلوا علينا بأرائهم و توجيهاتهم عبر البريد الالكتروني :

salima.azouz.mathematics@gmail.com

و ختاما نذكر بأعضاء فريق العمل المشاركين في إعداد هذا الكتاب و هم ثلة من أساتذة المستقبل تخصص رياضيات دفعة 2016 الذين يزاولون تكوينهم بالمدرسة العليا للأساتذة بورقلة :

❖ *أماني مشري*	أستاذ التعليم الثانوي
❖ *رقية غربية*	أستاذ التعليم المتوسط
❖ *محمد الأمين قسومي*	أستاذ التعليم الثانوي
❖ *منال مختاري*	أستاذ التعليم المتوسط
❖ *ندى زبيدي*	أستاذ التعليم الثانوي
❖ *نور الهدى العايب*	أستاذ التعليم الثانوي
❖ *هلال عرجاني*	أستاذ التعليم الثانوي
❖ *هند حرز الله*	أستاذ التعليم المتوسط

و قد تمت مراجعة هذا الكتاب من طرف مجموعة الأعضاء المتميزين *أماني مشري*، *ندى زبيدي*، *نور الهدى العايب* و *هلال عرجاني* تحت إشراف مباشر للأستاذة *سليمة عزوز*.

الباب الأول

التمرين 1.1

BEM 2019

ليكن العددان الحقيقيان A و B حيث: $A=\frac{9}{7}\times\left(\frac{10}{3}-1\right)$ و $B=5\sqrt{3}+3\sqrt{12}-\sqrt{48}$.

1) بين أن A عدد طبيعي.

2) أكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.

3) أكتب النسبة $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

حل التمرين 1.1

1) نبين أن A عدد طبيعي. لدينا:

توحيد المقامات

$$\begin{aligned} A &= \frac{9}{7}\left(\frac{10}{3}-1\right)=\frac{9}{7}\left(\frac{10-3}{3}\right) \\ &= \frac{9}{7}\times\left(\frac{7}{3}\right)=\frac{3\times\cancel{3}\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times\cancel{3}}=3 \end{aligned}$$

تحليل $9=3\times3$ ثم نقوم بالاختزال

و منه $\boxed{A=3}$ و هو عدد طبيعي.

2) كتابة العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي. لدينا:

$$\begin{aligned} B &= 5\sqrt{3}+3\sqrt{12}-\sqrt{48} \\ &= 5\sqrt{3}+3\sqrt{4\times3}-\sqrt{16\times3} \\ &= 5\sqrt{3}+3\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}-\sqrt{4^2}\times\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

و منه

$\sqrt{a^2}=a$

$$\begin{aligned} B &= 5\sqrt{3}+3\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}-\sqrt{4^2}\times\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3}+3\times2\times\sqrt{3}-4\times\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3}+6\times\sqrt{3}-4\times\sqrt{3} \\ &= (5+6-4)\sqrt{3} \end{aligned}$$

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

و عليه $\boxed{B=7\sqrt{3}}$ و هو الشكل المطلوب حيث $\boxed{a=7}$ عدد طبيعي.

3) كتابة النسبة $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامهاعدد ناطق. لدينا :

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{3}{7\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\times\sqrt{3}}{7\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \end{aligned}$$

من السؤالين السابقين $A=3$ ، $B=7\sqrt{3}$

تنطيق المقام

و منه

الاختزال

$$\frac{A}{B} = \frac{3\times\sqrt{3}}{7\times 3} = \frac{\cancel{3}\times\sqrt{3}}{7\times\cancel{3}} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

و عليه $\boxed{\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{3}}{7}}$ و هي نسبة مقامها عدد ناطق.

■

التمرين 2.1

A و B عددان حقيقيان حيث: $A=3\sqrt{8}\times\sqrt{2}$ و $B=2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$.

1) بين أن A عدد طبيعي.

2) اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.

3) بين أن $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

BEM 2018

حل التمرين 2.1

1) نبين أن A عدد طبيعي. لدينا:

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

$$A = 3\sqrt{8}\times\sqrt{2} = 3\sqrt{8\times 2} = 3\sqrt{16}$$

و منه

$\sqrt{a^2}=a$

$$A = 3\sqrt{16} = 3\sqrt{4^2} = 3\times 4 = 12$$

و عليه $\boxed{A=12}$ و هو عدد طبيعي.

2) كتابة العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي. لدينا:

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$$B = 2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12} = 2\sqrt{9\times 3}-2\sqrt{3}+\sqrt{4\times 3} = 2\sqrt{3^2\times 3}-2\sqrt{3}+\sqrt{2^2\times 3}$$

و منه

$\sqrt{a^2}=a$

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

$$B = 2\sqrt{3^2}\times\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{2^2}\times\sqrt{3} = 2\times 3\times\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\times\sqrt{3} = 6\times\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\times\sqrt{3} = (6-2+2)\sqrt{3}$$

و عليه $\boxed{B=6\sqrt{3}}$ و هو الشكل المطلوب حيث $\boxed{a=6}$ عدد طبيعي.

3) نبين أن $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. لدينا :

من السؤالين السابقين $B=6\sqrt{3}$ ، $A=12$

$$\frac{A}{B}=\frac{12}{6\sqrt{3}}$$

تنطيق المقام

$$=\frac{12\times\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

و منه

نستخدم $12=6\times2$ ثم نقوم بالاختزال

$$\frac{A}{B}=\frac{12\times\sqrt{3}}{6\times3}$$

$$=\frac{\cancel{6}\times2\times\sqrt{3}}{\cancel{6}\times3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

و عليه $\boxed{\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}}$ و هو الشكل المطلوب.

■

التمرين 3.1

A و B عددان حقيقيان حيث : $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$ و $B=\frac{3}{2\sqrt{3}}$.

1) اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.

2) اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

3) بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+1)(8B-1)$.

BEM 2017

حل التمرين 3.1

1) كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي. لدينا:

$$A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$$

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$$=\sqrt{36\times3}-\sqrt{4\times3}$$

$$=\sqrt{36}\times\sqrt{3}-\sqrt{4}\times\sqrt{3}$$

$\sqrt{a^2}=a$

و منه

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

$$A=\sqrt{6^2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}$$

$$=6\times\sqrt{3}-2\times\sqrt{3}$$

$$=(6-2)\times\sqrt{3}$$

$$=4\sqrt{3}$$

و عليه $\boxed{A=4\sqrt{3}}$ و هو من الشكل $\boxed{a\sqrt{3}}$ حيث $\boxed{a=4}$ عدد طبيعي.

2) كتابة العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق. لدينا :

$$\begin{aligned} B &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \end{aligned}$$

تنطيق المقام

و منه

$$\begin{aligned} B &= \frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{3\times\sqrt{3}}{2\times 3} \\ &= \frac{\cancel{3}\times\sqrt{3}}{2\times\cancel{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$\sqrt{a}\times\sqrt{a} = a$

الاختزال

و عليه $\boxed{B = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ و هي نسبة مقامها عدد ناطق.

3) نبين أن C هو عدد طبيعي حيث: $C = (A+1)(8B-1)$. لدينا :

$$\begin{aligned} C &= (A+1)(8B-1) \\ &= \left(4\sqrt{3}+1\right)\left(8\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right) \\ &= \left(4\sqrt{3}+1\right)\left(4\sqrt{3}-1\right) \end{aligned}$$

من السؤالين السابقين $B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $A = 4\sqrt{3}$

تبسيط ما داخل القوسين

و منه

$$\begin{aligned} C &= \left(4\sqrt{3}+1\right)\left(4\sqrt{3}-1\right) \\ &= \left(4\sqrt{3}\right)^2 - (1)^2 \\ &= 16\times 3 - 1 = 47 \end{aligned}$$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

و عليه $\boxed{C = 47}$ و هو عدد طبيعي.

■

التمرين 4.1

1) احسب القاسم المشترك الاكبر للعددين 1053 و 832.

2) أكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3) أكتب العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

BEM 2016

حل التمرين 4.1

1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين1053 و 832 . لدينا :

$$\begin{aligned} 1053 &= 832\times 1 + 221 \\ 832 &= 221\times 3 + 169 \\ 221 &= 169\times 1 + 52 \\ 169 &= 52\times 3 + 13 \\ 52 &= 13\times 4 + 0 \end{aligned}$$

استعمال خوارزمية إقليدس

نتوقف عند آخر باق معدوم

و عليه آخر باق غير معدوم هو $\boxed{13}$ إذن : $\boxed{PGCD(1053;832)=13}$.

2) كتابة الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال. لدينا:

$$\frac{1053}{832}=\frac{1053\div 13}{832\div 13}=\frac{81}{64}$$

نستخدم $PGCD(1053;832)=13$

و عليه $\frac{81}{64}=\frac{1053}{832}$ و $\boxed{\frac{81}{64}}$ كسر غير قابل للاختزال.

3) كتابة العدد $A=\sqrt{1053}+2\sqrt{832}-8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي. لدينا:

$$\begin{aligned}A&=\sqrt{1053}+2\times\sqrt{832}-8\times\sqrt{117}\\&=\sqrt{81\times 13}+2\times\sqrt{64\times 13}-8\times\sqrt{9\times 13}\\&=\sqrt{81}\times\sqrt{13}+2\times\sqrt{64}\times\sqrt{13}-8\times\sqrt{9}\times\sqrt{13}\end{aligned}$$

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$\sqrt{a^2}=a$

و منه

$$\begin{aligned}A&=\sqrt{9^2}\times\sqrt{13}+2\times\sqrt{8^2}\times\sqrt{13}-8\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{13}\\&=9\times\sqrt{13}+2\times 8\times\sqrt{13}-8\times 3\times\sqrt{13}\\&=(9+16-24)\times\sqrt{13}=\sqrt{13}\end{aligned}$$

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

و عليه $\boxed{A=\sqrt{13}}$ و هو الشكل المطلوب حيث $\boxed{a=1}$ عدد طبيعي.

■

التمرين 5.1

1) احسب القاسم المشترك الاكبر للعددين 696 و 406 مع كتابة مراحل الحساب.

2) اكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3) احسب العدد P حيث $P=\frac{696}{406}-\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}$.

BEM 2015

حل التمرين 5.1

1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 . لدينا :

$$\begin{aligned}696&=406\times 1+290\\406&=290\times 1+116\\229&=116\times 2+58\\116&=58\times 2+0\end{aligned}$$

استعمال خوارزمية إقليدس

و عليه آخر باق غير معدوم هو $\boxed{58}$ إذن القاسم المشترك الأكبر هو $\boxed{PGCD(696;406)=58}$.

نتوقف عند آخر باق معدوم

2) كتابة الكسر $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال. لدينا:

$$\frac{696}{406} = \frac{696 \div 58}{406 \div 58} = \frac{12}{7}$$

نستخدم $\text{PGCD}(696;406) = 58$

و عليه $\frac{12}{7} = \frac{696}{406}$ و $\boxed{\frac{12}{7}}$ كسر غير قابل للاختزال.

3) حساب العدد $P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$. لدينا:

$\frac{696}{406} = \frac{12}{7}$

$$P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{12}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{24}{14} - \frac{15}{14} = \frac{9}{14}$$

توحيد المقامات ثم التبسيط

و عليه $\boxed{P = \frac{9}{14}}$.

■

التمرين 6.1

إليك الأعداد A ، B ، C حيث:

$$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4} \text{ ، } B = \frac{1.2 \times 10^{-2} \times 7}{12.5 \times 10^{3}} \text{ ، } C = \sqrt{175} - \sqrt{112} + 6\sqrt{7}$$

1) احسب A ثم اكتبه على الشكل العشري.

2) أعط الكتابة العلمية للعدد B.

3) اكتب C على ابسط شكل ممكن.

BEM 2014

حل التمرين 6.1

1) حساب العدد A . لدينا:

$$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{3}{5} + \frac{14}{20} = \frac{12+14}{20} = \frac{26}{20} = \frac{13}{10}$$

توحيد المقامات

الاختزال

و عليه الشكل العشري للعدد A هو $\boxed{A = 1.3}$.

2) الكتابة العلمية للعدد B . لدينا:

$\frac{1}{10^a} = 10^{-a}$

$10^a \times 10^b = 10^{a+b}$

$$B = \frac{1.2 \times 10^{-2} \times 7}{12.5 \times 10^{3}} = \frac{1.2 \times 7}{12.5} \times 10^{-2} \times 10^{-3} = 0.672 \times 10^{-5}$$

و عليه الكتابة العلمية للعدد B هي $\boxed{B = 6.72\times10^{-6}}$.

3) كتابة العدد C على ابسط شكل ممكن. لدينا:

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{175}-\sqrt{112}+6\sqrt{7} \\ &= \sqrt{25\times7}-\sqrt{16\times7}+6\sqrt{7} \\ &= \sqrt{25}\times\sqrt{7}-\sqrt{16}\times\sqrt{7}+6\sqrt{7} \end{aligned}$$

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$\sqrt{a^2}=a$

و منه

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{5^2}\times\sqrt{7}-\sqrt{4^2}\times\sqrt{7}+6\sqrt{7} \\ &= 5\times\sqrt{7}-4\times\sqrt{7}+6\sqrt{7} \\ &= (5-4+6)\sqrt{7}=7\sqrt{7} \end{aligned}$$

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

و عليه $\boxed{C=7\sqrt{7}}$.

■

التمرين 7.1

ليكن العدد الحقيقي A حيث : $A=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)+\sqrt{27}+1$.

1) بين أن : $A=4+2\sqrt{3}$.

2) ليكن العدد الحقيقي B حيث : $B=4-2\sqrt{3}$.

- بين أن : $A\times B$ عدد طبيعي.

BEM 2013

حل التمرين 7.1

1) نبين أن $A=4+2\sqrt{3}$. لدينا:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)+\sqrt{27}+1 \\ &= \sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3^2\times3}+1 \\ &= 3-\sqrt{3}+3\sqrt{3}+1 \\ &= 4+2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

و عليه $\boxed{A=4+2\sqrt{3}}$.

2) نبين أن $A\times B$ عدد طبيعي. لدينا :

$$\begin{aligned} A\times B &= \left(4+2\sqrt{3}\right)\left(4-2\sqrt{3}\right) \\ &= 4\times4-2\times2\sqrt{3}\times\sqrt{3} \\ &= 16-4\times3 \\ &= 16-12=4 \end{aligned}$$

بالنشر أو نستخدم $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$

و عليه $\boxed{A\times B=4}$ و هو عدد طبيعي.

■

المدرسة العليا للأساتذة-ورقلة 2019/2020

التمرين 8.1

ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث: $m=\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}-\sqrt{25}$ ، $n=\left(\sqrt{7}+3\right)\left(4-\sqrt{7}\right)$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.

2) بين أن الجداء $m\times n$ عدد ناطق.

3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

BEM 2012

حل التمرين 8.1

1) كتابة العددين m و n على شكل $a\sqrt{7}+b$. لدينا:

$$\begin{aligned}
m &= \sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}-\sqrt{25}\\
&= \sqrt{16\times 7}-3\sqrt{4\times 7}+3\sqrt{7}-\sqrt{5^2}\\
&= \sqrt{4^2}\times\sqrt{7}-3\sqrt{2^2}\times\sqrt{7}+3\sqrt{7}-\sqrt{5^2}\\
&= 4\times\sqrt{7}-3\times 2\times\sqrt{7}+3\sqrt{7}-5\\
&= (4-6+3)\sqrt{7}-5=\sqrt{7}-5
\end{aligned}$$

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

و عليه $\boxed{m=\sqrt{7}-5}$ و هو الشكل المطلوب حيث $\boxed{a=1}$ و $\boxed{b=-5}$.

$$\begin{aligned}
n &= \left(\sqrt{7}+3\right)\left(4-\sqrt{7}\right)\\
&= 4\sqrt{7}-\sqrt{7}\times\sqrt{7}+12-3\sqrt{7}\\
&= 4\sqrt{7}-7+12-3\sqrt{7}\\
&= (4-3)\sqrt{7}+(-7+12)=\sqrt{7}+5
\end{aligned}$$

بالنشر ثم التبسيط

و عليه $\boxed{n=\sqrt{7}+5}$ و هو الشكل المطلوب حيث $\boxed{a=1}$ و $\boxed{b=5}$.

2) نبين أن العدد $m\times n$ عدد ناطق. لدينا:

$$\begin{aligned}
m\times n &= \left(\sqrt{7}-5\right)\left(\sqrt{7}+5\right)\\
&= \left(\sqrt{7}\right)^2-(5)^2\\
&= 7-25\\
&= -18
\end{aligned}$$

بالنشر أو نستخدم $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$

و عليه $\boxed{m\times n=-18}$ و هو عدد ناطق مقامه $\boxed{1}$.

3) نجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا. لدينا:

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}} &= \frac{\left(\sqrt{7}-5\right)\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}\\
&= \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{7}-5\times\sqrt{7}}{7}\\
&= \frac{7-5\sqrt{7}}{7}
\end{aligned}$$

تنطيق المقام

$\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$

و عليه $\boxed{\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}=\frac{7-5\sqrt{7}}{7}}$ و هي عدد ناطق مقامه $\boxed{7}$.

التمرين 9.1

1) تحقق بالنشر من أن: $(2x-1)(x-3)=2x^2-7x+3$.

2) لتكن العبارة A حيث: $A=2x^2-7x+3+(2x-1)(3x+2)$

- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة: $(2x-1)(4x-1)=0$.

BEM 2011

حل التمرين 9.1

1) التحقق بالنشر، لدينا:

النشر ثم التبسيط

$$\begin{aligned}(2x-1)(x-3) &= 2x^2-6x-x+3\\ &= 2x^2-7x+3\end{aligned}$$

و عليه $\boxed{(2x-1)(x-3)=2x^2-7x+3}$.

2) تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى، لدينا من نتيجة السؤال السابق:

$$\begin{aligned}A &= 2x^2-7x+3+(2x-1)(3x+2)\\ &= (2x-1)(x-3)+(2x-1)(3x+2)\end{aligned}$$

بأخذ $(2x-1)$ كعامل مشترك ثم التبسيط نجد:

إخراج العامل المشترك

تبسيط ما داخل القوسين

$$\begin{aligned}A &= (2x-1)(x-3)+(2x-1)(3x+2)\\ &= (2x-1)\left[(x-3)+(3x+2)\right]\\ &= (2x-1)\left[x-3+3x+2\right]\\ &= (2x-1)(4x-1)\end{aligned}$$

و عليه $\boxed{A=(2x-1)(4x-1)}$.

3) حل المعادلة $(2x-1)(4x-1)=0$. لدينا:

المعامل الأول معدوم

احذر من الإشارات عند حل المعادلة

$$\begin{aligned}2x-1 &= 0\\ 2x &= 1\\ x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

أو

المعامل الثاني معدوم

$$\begin{aligned}4x-1 &= 0\\ 4x &= 1\\ x &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

احذر من الإشارات عند حل المعادلة

و عليه حلول المعادلة هي $\boxed{\frac{1}{2}}$ و $\boxed{\frac{1}{4}}$.

الباب الثاني

التمرين 1.2

BEM 2019

لتكن العبارة E حيث : $E=(x+1)^2-(x+1)(2x-3)$.

1) انشر ثم بسط العبارة E.
2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3) حل المتراجحة : $3x+4\geq 6x-2$.

حل التمرين 1.2

1) نشر و تبسيط العبارة E. لدينا :

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

تبسيط ما داخل كل قوس

$$\begin{aligned} E &= (x+1)^2-(x+1)(2x-3)\\ &=(x^2+2x+1)-(2x^2+2x-3x-3)\\ &=x^2+2x+1-2x^2-2x+3x+3\\ &=-x^2+3x+4 \end{aligned}$$

احذر من الإشارات عند فك الأقواس

و عليه $\boxed{E=-x^2+3x+4}$.

$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى. لدينا :

$$\begin{aligned} E &= (x+1)^2-(x+1)(2x-3)\\ &=(x+1)\left[(x+1)-(2x-3)\right]\\ &=(x+1)\left[x+1-2x+3\right]\\ &=(x+1)(-x+4) \end{aligned}$$

اخذ $(x+1)$ كعامل مشترك ثم التبسيط

و عليه $\boxed{E=(x+1)(-x+4)}$ و هو الشكل المطلوب.

3) حل المتراجحة $3x+4\geq 6x-2$. لدينا :

نقل المعاليم إلى طرف و المجاهيل إلى الطرف الأخر

$$\begin{aligned} 3x+4 &\geq 6x-2\\ 3x-6x &\geq -2-4\\ -3x &\geq -6 \end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال حل المتراجحة

و منه

$$\begin{aligned} x &\leq \frac{-6}{-3}\\ x &\leq 2 \end{aligned}$$

احذر من تغير اتجاه المتراجحة مع وجود الإشارة السالبة

و عليه حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي $\boxed{2}$.

■

التمرين 2.2

BEM 2018

1) تحقق من المساواة الآتية : $(3x+1)(x-4)=3x^2-11x-4$.
2) حلل إلى جداء عاملين العبارة : $E=3x^2-11x-4+(3x+1)^2$.
3) حل المتراجحة : $(3x+1)(x-4)\leq 3x^2+7$.

حل التمرين 2.2

1) التحقق بالنشر من المساواة $(3x+1)(x-4)=3x^2-11x-4$. لدينا :

النشر ثم التبسيط

$$\begin{aligned}(3x+1)(x-4) &= (3x)\times(x-4)+1\times(x-4)\\ &= 3x^2-12x+x-4\\ &= 3x^2-11x-4\end{aligned}$$

احذر من جمع حدود بقوى مختلفة

و عليه $\boxed{(3x+1)(x-4)=3x^2-11x-4}$ محققة.

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى. لدينا :

$3x^2-11x-4=(3x+1)(x-4)$

$$\begin{aligned}E &= 3x^2-11x-4+(3x+1)^2\\ &= (3x+1)(x-4)+(3x+1)^2\\ &= (3x+1)\left[(x-4)+(3x+1)\right]\\ &= (3x+1)(x-4+3x+1)\\ &= (3x+1)(4x-3)\end{aligned}$$

اخذ $(3x+1)$ كعامل مشترك ثم التبسيط

تبسيط ما داخل كل قوس

و عليه $\boxed{E=(3x+1)(4x-3)}$ و هو الشكل المطلوب.

3) حل المتراجحة $(3x+1)(x-4)\leq 3x^2+7$. لدينا :

$(3x+1)(x-4)=3x^2-11x-4$

$$\begin{aligned}(3x+1)(x-4) &\leq 3x^2+7\\ 3x^2-11x-4 &\leq 3x^2+7\\ 3x^2-11x-3x^2 &\leq 7+4\\ -11x &\leq 11\end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و منه

$$\begin{aligned}x &\geq \frac{11}{-11}\\ x &\geq -1\end{aligned}$$

احذر من تغير اتجاه المتراجحة مع وجود الإشارة السالبة

و عليه حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $\boxed{-1}$.

■

التمرين 3.2

لتكن العبارة P حيث : $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$.

1) انشر و بسط العبارة P.

2) حلل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(3x+3)(-1-3x)=0$.

BEM 2017

حل التمرين 3.2

1) نشر و تبسيط العبارة P . لدينا :

النشر ثم التبسيط

$$\begin{aligned}P &= (1-3x)(3x+3)-2(3x+3)\\ &= \left[(1)\times(3x+3)-(3x)\times(3x+3)\right]-6x-6\\ &= 3x+3-9x^2-9x-6x-6\\ &= -9x^2-12x-3\end{aligned}$$

احذر من الإشارات عند فك الأقواس

و عليه $\boxed{P=-9x^2-12x-3}$.

2) تحليل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى. لدينا :

$$\begin{aligned} P &= (1-3x)(3x+3)-2(3x+3) \\ &= (3x+3)\times[(1-3x)-2] \\ &= (3x+3)\times(1-3x-2) \\ &= (3x+3)(-3x-1) \end{aligned}$$

اخذ $(3x+3)$ كعامل مشترك ثم التبسيط

تبسيط ما داخل كل قوس

و عليه $\boxed{P=(3x+3)(-3x-1)}$ و هو الشكل المطلوب.

3) حل المعادلة $(3x+3)(-1-3x)=0$. معناه :

المعامل الأول معدوم

$$\begin{aligned} 3x+3 &= 0 \\ 3x &= -3 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

أو

المعامل الثاني معدوم

$$\begin{aligned} -3x-1 &= 0 \\ -3x &= 1 \\ x &= \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و عليه حلول المعادلة هما $\boxed{-1}$ و $\boxed{\frac{-1}{3}}$.

■

التمرين 4.2

1) تحقق من صحة المساواة التالية : $5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$.

2) حلل العبارة A بحيث : $A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)$.

3) حل المتراجحة : $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$ ثم مثل حلولها بيانيا.

BEM 2016

حل التمرين 4.2

1) التحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$. لدينا :

$$\begin{aligned} 5(2x+1)(2x-1) &= 5(2x+1)(2x-1) \\ &= 5\left[(2x)^2-(1)^2\right] \\ &= 5(4x^2-1) \\ &= 20x^2-5 \end{aligned}$$

بالنشر أو نستخدم $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

احذر عند توزيع القوة

و عليه المساواة $\boxed{5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5}$ محققة.

2) تحليل العبارة $A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)$. لدينا :

$20x^2-5=5(2x+1)(2x-1)$

$$\begin{aligned} A &= (2x+1)(3x-7)-(20x^2-5) \\ &= (2x+1)(3x-7)-5(2x+1)(2x-1) \\ &= (2x+1)[(3x-7)-5(2x-1)] \\ &= (2x+1)(3x-7-10x+5)=(2x+1)(-7x-2) \end{aligned}$$

اخذ $(2x+1)$ كعامل مشترك ثم التبسيط

احذر من الإشارات عند فك الأقواس

تبسيط ما داخل كل قوس

و عليه $\boxed{A=(2x+1)(-7x-2)}$.

3) حل المتراجحة $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$. لدينا :

$$\begin{aligned}
-14x^2-11x-2 &< 2(10-7x^2)\\
-14x^2-11x-2 &< 20-14x^2\\
-14x^2-11x+14x^2 &< 20+2\\
-11x &< 22
\end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و منه

احذر من جمع حدود بقوى مختلفة

$$\begin{aligned}
-11x &< 22\\
x &> \frac{22}{-11}\\
x &> -2
\end{aligned}$$

احذر من تغير اتجاه المتراجحة مع وجود الإشارة السالبة

و عليه حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر تماما من $\boxed{-2}$.

- تمثيل مجموعة حلول المتراجحة :

■

التمرين 5.2

تعطى العبارة : $\boxed{F=(2x-3)^2-16}$.

1) تحقق بالنشر أنّ: $\boxed{F=4x^2-12x-7}$.

2) حلّل $\boxed{F}$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

3) حل المعادلة : $\boxed{(2x-7)(2x+1)=0}$.

4) احسب $\boxed{F}$ من أجل $\boxed{x=1+\sqrt{2}}$ و اكتب النتيجة على الشّكل $\boxed{a+b\sqrt{2}}$ حيث $\boxed{a}$ و $\boxed{b}$ عددان نسبيان.

BEM 2015

حل التمرين 5.2

1) التحقق بالنشر أن $F=4x^2-12x-7$. لدينا :

نستخدم $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$$\begin{aligned}
F &= (2x-3)^2-16\\
&= \left[(2x)^2+(3)^2-2\times(2x)\times(3)\right]-16\\
&= 4x^2+9-12x-16\\
&= 4x^2-12x-7
\end{aligned}$$

النشر ثم التبسيط

احذر من جمع حدود بقوى مختلفة

و عليه $\boxed{F=4x^2-12x-7}$.

2) تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى. لدينا :

$$16=(4)^2$$

$$F=(2x-3)^2-16$$

نستخدم $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$=(2x-3)^2-(4)^2$$

$$=[(2x-3)+4][(2x-3)-4]$$

تبسيط ما داخل الأقواس

$$=(2x+1)(2x-7)$$

و عليه $\boxed{F=(2x+1)(2x-7)}$ و هو الشكل المطلوب.

3) حل المعادلة $(2x+1)(2x-7)=0$. معناه :

المعامل الأول معدوم

$$2x+1=0$$

$$2x=-1$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

$$x=\frac{-1}{2}$$

أو

المعامل الثاني معدوم

$$2x-7=0$$

$$2x=7$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

$$x=\frac{7}{2}$$

و عليه حلول المعادلة هما $\boxed{\frac{-1}{2}}$ و $\boxed{\frac{7}{2}}$.

4) حساب F من أجل $x=1+\sqrt{2}$ و كتابة النتيجة على الشّكل $a+b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان. لدينا :

$$F=4\left(1+\sqrt{2}\right)^2-12\left(1+\sqrt{2}\right)-7$$

$$=4\left(1+2+2\sqrt{2}\right)-12-12\sqrt{2}-7$$

احذر من وجود الإشارة السّالبة

$$=4\left(3+2\sqrt{2}\right)-12\sqrt{2}-19$$

النشر ثم التبسيط

$$=12+8\sqrt{2}-12\sqrt{2}-19=-7-4\sqrt{2}$$

و عليه النتيجة هي $\boxed{-7-4\sqrt{2}}$ حيث $\boxed{a=-7}$ و $\boxed{b=-4}$.

■

التمرين 6.2

BEM 2014

لتكن العبارة E حيث : $E=(2x+5)^2-36$.

1) تحقق بالنشر أن: $E=4x^2-20x-11$.

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة : $(2x+11)(2x-1)=0$.

حل التمرين 6.2

1) التحقق بالنشر أن $E=4x^2-20x-11$. لدينا :

نستخدم $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

$$\begin{aligned} E &=(2x+5)^2-36\\ &=\left[(2x)^2+(5)^2+2\times(2x)\times(5)\right]-36\\ &=4x^2+25-20x-36\\ &=4x^2-20x-11 \end{aligned}$$

النشر ثم التبسيط

احذر من جمع حدود بقوى مختلفة

و عليه $\boxed{E=4x^2-20x-11}$.

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى. لدينا:

$36=(6)^2$

نستخدم $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

تبسيط ما داخل الأقواس

$$\begin{aligned} E &=(2x+5)^2-36\\ &=(2x+5)^2-(6)^2\\ &=\left[(2x+5)+6\right]\left[(2x+5)-6\right]\\ &=(2x+11)(2x-1) \end{aligned}$$

و عليه $\boxed{E=(2x+11)(2x-1)}$ و هو الشكل المطلوب.

3) حل المعادلة $(2x+11)(2x-1)=0$. معناه:

المعامل الأول معدوم

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

$$\begin{aligned} 2x+11 &=0\\ 2x &=-11\\ x &=\frac{-11}{2} \end{aligned}$$

أو

المعامل الثاني معدوم

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

$$\begin{aligned} 2x-1 &=0\\ 2x &=1\\ x &=\frac{1}{2} \end{aligned}$$

و عليه حلول المعادلة هما $\boxed{\frac{-11}{2}}$ و $\boxed{\frac{1}{2}}$.

■

التمرين 7.2

1) لتكن العبارة : $A=3x-5$ حيث x عدد حقيقي.

أ) احسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من اجل $x=\sqrt{2}$.

ب) حل المتراجحة : $A\geq 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.

2) ا) انشر ثم بسط العبارة B حيث : $B=(3x-5)^2+9x^2-25$.

ب) استنتج أن : $B=6x(3x-5)$.

ج) حل المعادلة : $B=0$.

BEM 2013

حل التمرين 7.2

1) لتكن العبارة : $A=3x-5$ حيث x عدد حقيقي

أ) حساب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من اجل $x=\sqrt{2}$. لدينا:

التعويض ثم الحساب

$$\begin{aligned} A &= 3\times\left(\sqrt{2}\right)-5 \\ &= 3\times(1.41)-5 \\ &= 4.23-5=-0.77 \end{aligned}$$

نستخدم القيمة التقريبية $\sqrt{2}\approx 1.41$

و عليه $\boxed{A=-0.77}$.

ب) نحل المتراجحة : $A\geq 0$. لدينا :

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

$$\begin{aligned} 3x-5 &\geq 0 \\ 3x &\geq 5 \\ x &\geq \frac{5}{3} \end{aligned}$$

و عليه حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $\boxed{\frac{5}{3}}$.

2) لتكن العبارة B حيث : $B=(3x-5)^2+9x^2-25$.

أ) نشر ثم تبسيط العبارة B . لدينا :

نستخدم $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$$\begin{aligned} B &= (3x-5)^2+9x^2-25 \\ &= 9x^2+25-30x+9x^2-25 \\ &= 18x^2-30x \end{aligned}$$

احذر من جمع حدود بقوى مختلفة

و عليه تبسيط العبارة B هو $\boxed{B=18x^2-30x}$.

ب) استنتاج أن $B=6x(3x-5)$. لدينا :

$30x=(6x)(5)$

$$\begin{aligned} B &= 18x^2-30x \\ &= (6x)(3x)-(6x)(5) \\ &= 6x(3x-5) \end{aligned}$$

اخذ $6x$ كعامل مشترك ثم التبسيط

و عليه $\boxed{B=6x(3x-5)}$.

ج) حل المعادلة $B=0$. معناه :

المعامل الأول معدوم

$$\begin{aligned} 6x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

أو

المعامل الثاني معدوم

$$\begin{aligned} 3x-5 &= 0 \\ 3x &= 5 \\ x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و عليه حلول المعادلة هما $\boxed{0}$ و $\boxed{\frac{5}{3}}$.

■

التمرين 8.2

لتكن العبارة E حيث : $E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$.

1) انشر و بسط العبارة E.
2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.
3) حل المعادلة : $(4x-1)(x-3)=0$.
4) حل المتراجحة : $4x^2-13x+3\leq 4x^2+29$.

BEM 2012

حل التمرين 8.2

1) نشر و تبسيط العبارة E . لدينا :

نستخدم $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

نقوم بالنشر هنا

$$\begin{aligned}E &=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)\\ &=(16x^2+1-8x)-(12x^2-3x+8x-2)\\ &=4x^2-13x+3\end{aligned}$$

احذر من وجود الإشارة السالبة

احذر من جمع حدود بقوى مختلفة

و عليه $\boxed{E=4x^2-13x+3}$.

2) تحليل العبارة E . لدينا :

$$\begin{aligned}E &=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)\\ &=(4x-1)[(4x-1)-(3x+2)]\\ &=(4x-1)(x-3)\end{aligned}$$

اخذ $(4x-1)$ كعامل مشترك ثم التبسيط

تبسيط ما داخل القوسين

و عليه $\boxed{E=(4x-1)(x-3)}$.

3) حل المعادلة $(4x-1)(x-3)=0$. معناه :

المعامل الأول معدوم

$$\begin{aligned}4x-1 &=0\\ 4x &=1\\ x &=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

أو

المعامل الثاني معدوم

$$\begin{aligned}x-3 &=0\\ x &=3\end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و منه حلول المعادلة هي $\boxed{\frac{1}{4}}$ و $\boxed{3}$.

4) حل المتراجحة $4x^2-13x+3\leq 4x^2+29$. لدينا :

احذر من جمع حدود بقوى مختلفة

$$\begin{aligned}4x^2-13x+3 &\leq 4x^2+29\\ 4x^2-13x-4x^2 &\leq 29-3\\ -13x &\leq 26\\ x &\geq -2\end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و عليه حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $\boxed{-2}$.

احذر من تغير اتجاه المتراجحة مع وجود الإشارة السالبة ■

التمرين 9.2

1) أكتب المجموع A على الشكل $a\sqrt{5}$ (a عدد طبيعي) حيث:

$$A=\sqrt{125}+\sqrt{45}-\sqrt{20}$$

2) احسب $A\times\frac{\sqrt{5}}{30}$ مبينا مراحل الحساب.

BEM 2011

حل التمرين 9.2

1) كتابة المجموع A على الشكل $a\sqrt{5}$ (حيث a عدد طبيعي) ، لدينا :

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$$\begin{aligned}A&=\sqrt{125}+\sqrt{45}-\sqrt{20}\\&=\sqrt{25\times5}+\sqrt{9\times5}-\sqrt{4\times5}\\&=5\sqrt{5}+3\sqrt{5}-2\sqrt{5}\\&=6\sqrt{5}\end{aligned}$$

$\sqrt{a^2}=a$

$x\sqrt{b}+y\sqrt{b}=(x+y)\sqrt{b}$

و عليه $\boxed{A=6\sqrt{5}}$.

2) حساب $A\times\frac{\sqrt{5}}{30}$ مع تبيين مراحل الحساب:

نستخدم $A=6\sqrt{5}$

$$\begin{aligned}A\times\frac{\sqrt{5}}{30}&=6\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{5}}{30}\\&=\frac{6\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{30}\\&=\frac{6\times5}{30}\\&=1\end{aligned}$$

$\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$

الاختزال

و عليه $\boxed{A\times\frac{\sqrt{5}}{30}=1}$.

■

الباب الثالث

التمرين 1.3

BEM 2019

RST مثلث قائم في R حيث : $\sin\widehat{RTS}=0.8$ و $RS=8\text{ cm}$.

1) احسب الطولين ST و TR.

2) لتكن M نقطة من $[TR]$ حيث : $TM=4\text{ cm}$، المستقيم (Δ) العمودي على (TR) في النقطة M يقطع (TS) في النقطة N.

- احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمتر.

حل التمرين 1.3

1) نحسب الطولين ST و TR.

- حساب الطول ST. لدينا :

RST مثلث قائم في R

$$\sin\widehat{RTS}=\frac{RS}{TS}=\frac{8}{TS}$$

تعويض $RS=8$

و منه

$$\frac{8}{TS}=0.8$$

الاختزال

$$TS=\frac{8}{0.8}=\frac{\cancel{8}}{\cancel{8}\times10^{-1}}=10$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $TS=10\text{ cm}$.

- حساب الطول TR. لدينا :

بتطبيق مبرهنة فيثاغورث

$$(TR)^2=(TS)^2-(RS)^2=(10)^2-(8)^2=36$$

التعويض ثم الحساب

و منه

$$(TR)^2=36=(6)^2$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $TR=6\text{ cm}$.

2) حساب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمتر. بما أن $(RS)\perp(RT)$ و $(MN)\perp(RT)$ فان $(RS)\parallel(MN)$ و بتطبيق خاصية طالس نجد أن:

$$\frac{TM}{TR}=\frac{MN}{RS}$$

$$\frac{4}{6}=\frac{MN}{8}$$

و منه

$$MN = \frac{4\times 8}{6}$$

الاختزال و التبسيط

$$= \frac{\cancel{2}\times 2\times 8}{\cancel{2}\times 3} = \frac{16}{3} = 5.33$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه الطول $\boxed{MN = 5\text{ cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمتر.

التمرين 2.3

BEM 2018

(وحدة الطول هي السنتمتر (cm))

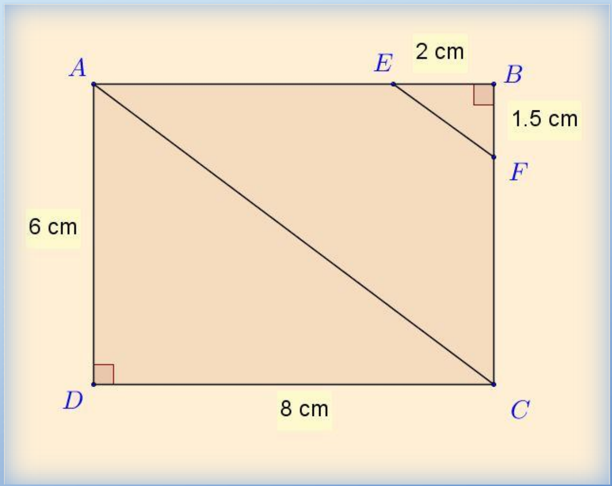
$ABCD$ مستطيل حيث : $AD = 6$ و $DC = 8$.

1) احسب الطول AC.

2) E و F نقطتان من الضلعين $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب حيث: $BF = 1.5$ و $BE = 2$.

- بين أن : (AC) يوازي (EF).

3) احسب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة.



حل التمرين 2.3

1) حساب الطول AC. بتطبيق مبرهنة فيثاغورث على المثلث القائم ADC في D نجد :

$ABCD$ مستطيل

$$(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2$$
$$= (6)^2 + (8)^2$$
$$= 36 + 64 = 100$$

التعويض ثم التبسيط

و منه

$$(AC)^2 = 100 = (10)^2$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه الطول $\boxed{AC = 10\text{ cm}}$.

2) نبين أن (AC) يوازي (EF). لدينا من جهة :

التعويض ثم التبسيط

$$\frac{BE}{BA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

و من جهة أخرى لدينا:

التعويض ثم التبسيط

$$\frac{BF}{BC} = \frac{1.5}{6} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

بما أن $\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA}$ فان المستقيمين (EF) و (AC) متوازيان حسب عكس خاصية طالس.

3) حساب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة. لدينا :

التعويض ثم التبسيط

$$\tan\widehat{BEF} = \frac{BF}{BE} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

احذر لابد التاكد من استخدامك للدرجات عند استعمالك للآلة الحاسبة

باستعمال الآلة الحاسبة :

$$\boxed{0.75} \to \boxed{2\text{ndf}} \to \boxed{\tan^{-1}} \to \boxed{\widehat{BEF} \approx 36.86^\circ}$$

و عليه قيس الزاوية بالتدوير إلى الوحدة هو $\boxed{\widehat{BEF} = 37^\circ}$.

احذر من نسيان وحدة الدرجة

■

التمرين 3.3

BEM 2017

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) علم النقط : $A(0;4)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(5;-1)$.

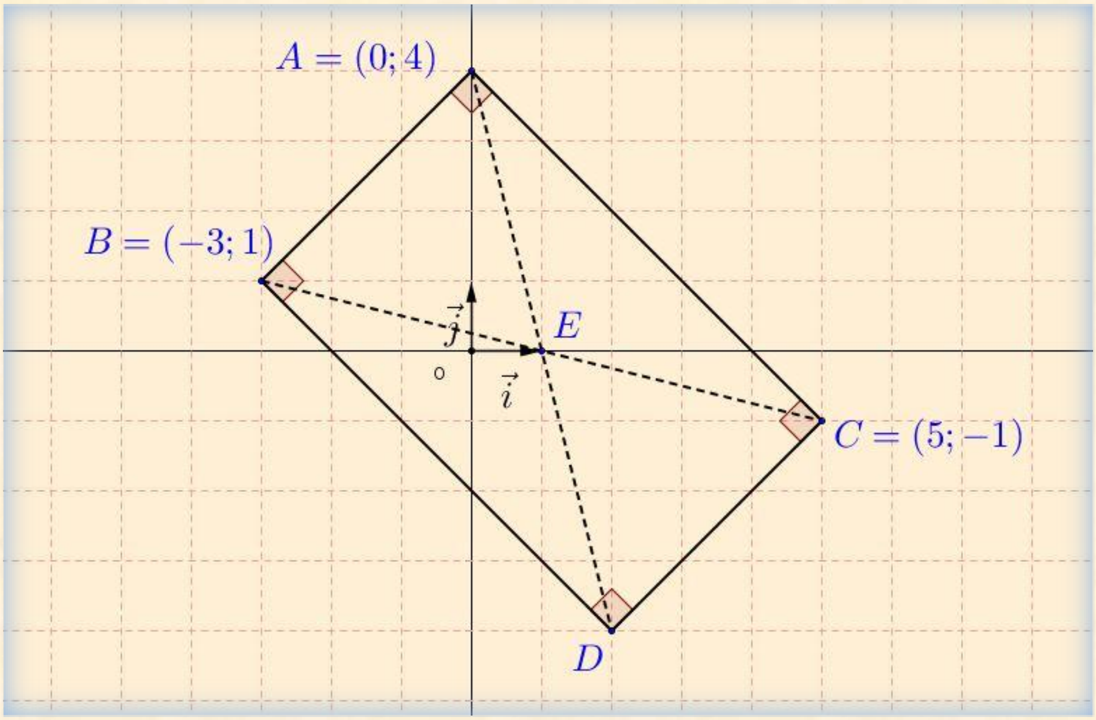
2) احسب إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[BC]$.

3) أنشئ النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E و زاويته 180° ثم استنتج إحداثيتي D.

4) بين أن الرباعي $ABDC$ مستطيل.

حل التمرين 3.3

1) رسم المعلم و تعليم النقط: $A(0;4)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(5;-1)$.



2) حساب إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[BC]$. لدينا :

$$E\left(\frac{x_B + x_C}{2};\frac{y_B + y_C}{2}\right)$$

احذر من الوقوع في الالتباس مع العلاقة المستعملة لإيجاد مركبات شعاع

أي

$$E\left(\frac{(-3)+(5)}{2};\frac{(1)+(-1)}{2}\right)$$

التعويض ثم التبسيط

و عليه $\boxed{E\,(1;0)}$.

3) إنشاء النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E و زاويته 180°.

- استنتاج إحداثيتي النقطة D.

بما أن D صورة A بالدوران الذي مركزه E و زاويته 180° فان النقطتين A و D متناظرتان بالنسبة إلى E و عليه $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$.

احذر العلاقة هنا لمركبات شعاع

- من جهة لدينا :

$$\overrightarrow{AE}=(x_E-x_A;y_E-y_A)$$

و منه

التعويض ثم التبسيط

$$\overrightarrow{AE}=((1)-(0);(0)-(4))$$

و عليه $\boxed{\overrightarrow{AE}\,(1;-4)}$.

احذر العلاقة هنا لمركبات شعاع

- من جهة أخرى لدينا :

$$\overrightarrow{ED}=(x_D-x_E;y_D-y_E)$$

و منه

التعويض ثم التبسيط

$$\overrightarrow{ED}=(x_D-(1);y_D-(0))$$

و بما أن $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$ فان :

$$y_D-0=-4 \text{ و } x_D-1=1$$

و منه

$$y_D=-4 \text{ و } x_D=2$$

و عليه $\boxed{D\,(2;-4)}$.

<u>ملاحظة</u> : يمكن اعتماد طريقة حساب إحداثيتي منتصف قطعة مستقيمة

4) نبين أن الرباعي $ABDC$ مستطيل. لدينا E منتصف $[BC]$ من المعطيات و E منتصف $[AD]$ لان D صورة A بالدوران الذي مركزه E و زاويته 180°. إذن الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع (القطران متناصفان).

- حساب طول القطر $[BC]$. لدينا :

$$\begin{aligned}BC&=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}\\&=\sqrt{(5-(-3))^2+(-1-1)^2}\\&=\sqrt{(8)^2+(-2)^2}\\&=\sqrt{68}\end{aligned}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

التعويض ثم التبسيط

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $\boxed{BC=\sqrt{68}\text{ cm}}$.

- حساب طول القطر $[AD]$. لدينا :

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} \\ &= \sqrt{(2)^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{68} \end{aligned}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

التعويض ثم التبسيط

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $\boxed{AD = \sqrt{68}\ \text{cm}}$.

نستنتج أن : $AD = BC$.

و عليه في الرباعي $ABDC$ القطران $[AD]$ و $[BC]$ متقايسان إذن فهو مستطيل.

■

التمرين 4.3

f دالة تالفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$.

1) بين أن العبارة الجبرية للدالة التالفية f هي: $f(x) = 3x - 1$.

2) لتكن النقطة $C(4;11)$ من المستوي، هل النقط A، B، C على استقامة واحدة؟

3) اوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f.

BEM 2016

حل التمرين 4.3

1) نبين أن العبارة الجبرية للدالة التالفية f هي $f(x) = 3x - 1$. بما أن التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$ فإن:

$$f(2) = 5 \text{ و } f(-1) = -4$$

و منه

علاقة إيجاد معامل التوجيه للدالة التالفية

$$\begin{aligned} a &= \frac{f(2) - f(1)}{2+1} \\ &= \frac{5+4}{3} = 3 \end{aligned}$$

التعويض ثم التبسيط

و

التعويض ثم التبسيط

$$\begin{aligned} b &= f(2) - a \times 2 \\ &= 5 - 3 \times 2 = -1 \end{aligned}$$

و عليه $\boxed{f(x) = 3x - 1}$.

2) لتكن النقطة $C(4;11)$ من المستوي. لدينا :

حساب صورة العدد 4 بالدالة f

$$\begin{aligned} f(4) &= 3 \times 4 - 1 \\ &= 12 - 1 \\ &= 11 \end{aligned}$$

و عليه $C \in (AB)$ و بالتالي النقط A ، B ، C على استقامة واحدة.

3) إيجاد العدد الذي صورته 29 بالدالة f. لدينا :

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 29 \\
3x-1 &= 29 \\
3x &= 30 \\
x &= \frac{30}{3} = 10
\end{aligned}
$$

نقوم بحل هذه المعادلة

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و عليه العدد الذي صورته $\boxed{29}$ بالدالة f هو $\boxed{10}$.

■

التمرين 5.3

في الشّكل المقابل الأطوال و أقياس الزوايا غير حقيقية.

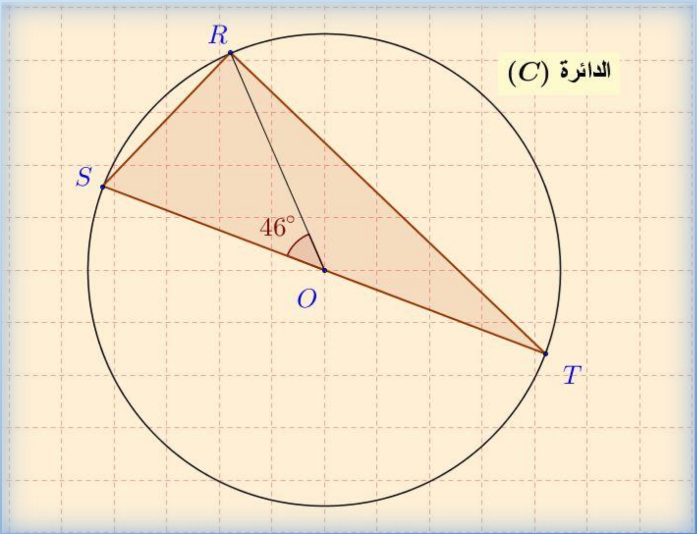
(C) دائرة مركزها O و قطرها $ST = 9\ \text{cm}$.

R نقطة من هذه الدائرة حيث $\widehat{SOR} = 46^\circ$.

1) بين أن : $\widehat{STR} = 23^\circ$.

2) المثلث SRT قائم في R ، علّل.

3) احسب الطول RS بالتدوير إلى 0.01.



BEM 2015

حل التمرين 5.3

1) نبين أن قيس الزاوية $\widehat{STR} = 23^\circ$. في الدائرة (C) لدينا $\widehat{SOR}$ زاوية مركزية و $\widehat{STR}$ زاوية محيطية تحصران نفس القوس SR و منه

استخدام العلاقة بين الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية

$$\widehat{STR} = \frac{1}{2}\widehat{SOR}$$

بالتعويض نجد

$$\widehat{STR} = \frac{1}{2} \times 46^\circ$$

احذر من نسيان وحدة الدرجة

إذن $\boxed{\widehat{STR} = 23^\circ}$.

2) تعليل أن المثلث STR قائم في R. بما ان الدائرة (C) تحيط بالمثلث STR و ضلعه $[ST]$ قطر لها فان SRT قائم في R (حسب الخاصية العكسية للدائرة المحيطية بمثلث قائم).

3) حساب الطول RS بالتدوير إلى 0.01. في المثلث SRT القائم في R لدينا :

$$\sin\widehat{T} = \frac{RS}{TS}$$

ومنه

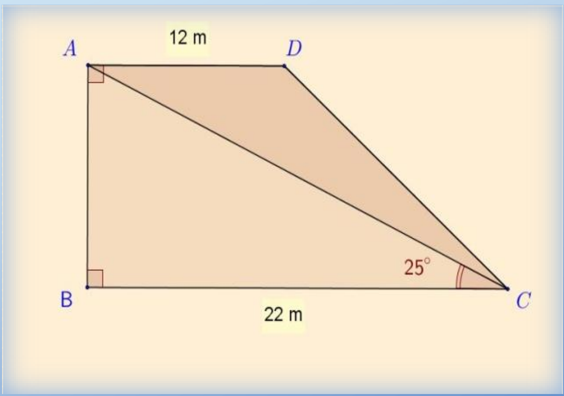
احذر لابد التاكد من استخدامك للدرجات عند استعمالك للآلة الحاسبة

$$
\begin{aligned}
RS &= ST \times \sin\widehat{T} \\
&= 9 \times \sin\left(23^\circ\right) \\
&\approx 3.516
\end{aligned}
$$

و عليه مدور RS إلى 0.01 هو $\boxed{3.52\text{ cm}}$.

احذر من نسيان وحدة الطول

التمرين 6.3



BEM 2014

الشكل $ABCD$ شبه منحرف قائم في B، فيه $\widehat{ACB}=25^\circ$.

1) احسب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة. (استعن ب $\tan\widehat{ACB}$).

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف $ABCD$

و المثلث ABC. ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف $= \dfrac{\text{الارتفاع}\times(\text{القاعدة الكبرى}+\text{القاعدة الصغرى})}{2}$.

حل التمرين 6.3

1) حساب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة. في المثلث ABC القائم في B لدينا :

$$\tan\widehat{ACB}=\frac{AB}{BC}$$

$$\tan(25^\circ)=\frac{AB}{22}$$

احذر لابد التاكد من استخدامك للدرجات عند استعمالك للآلة الحاسبة

ومنه

$$AB=22\times\tan(25^\circ)$$

$$AB\approx 10\text{ cm}$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه مدور AB إلى الوحدة هو $\boxed{10\text{ cm}}$.

2) حساب مساحة من شبه المنحرف $ABCD$. لدينا :

Δ_1 مجرد ترميز فقط لمساحة شبه المنحرف

$$\Delta_1=\frac{(22+12)\times10}{2}=170$$

نستخدم العلاقة المعطاة في نص التمرين لحساب المساحة

و عليه مساحة شبه المنحرف هي $\boxed{170\text{ m}^2}$.

احذر من نسيان وحدة المساحة

حساب مساحة المثلث ABC.

Δ_2 مجرد ترميز فقط لمساحة المثلث

$$\Delta_2=\frac{22\times10}{2}=110$$

نستخدم العلاقة الخاصة بحساب مساحة المثلث

و عليه مساحة المثلث ABC هي $\boxed{110\text{ m}^2}$.

احذر من نسيان وحدة المساحة

استنتاج مساحة الجزء المظلل من الشكل. لدينا :

$$\Delta=\Delta_1-\Delta_2=170-110=60$$

Δ مجرد ترميز فقط لمساحة الجزء المظلل

و عليه مساحة الجزء المظلل هي $\boxed{60\ m^2}$.

احذر من نسيان وحدة المساحة

■

التمرين 7.3

ABC مثلث قائم في B حيث : $AB=4\text{ cm}$ و $CB=8\text{ cm}$.

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث $BM=\dfrac{BC}{4}$ ، المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H .

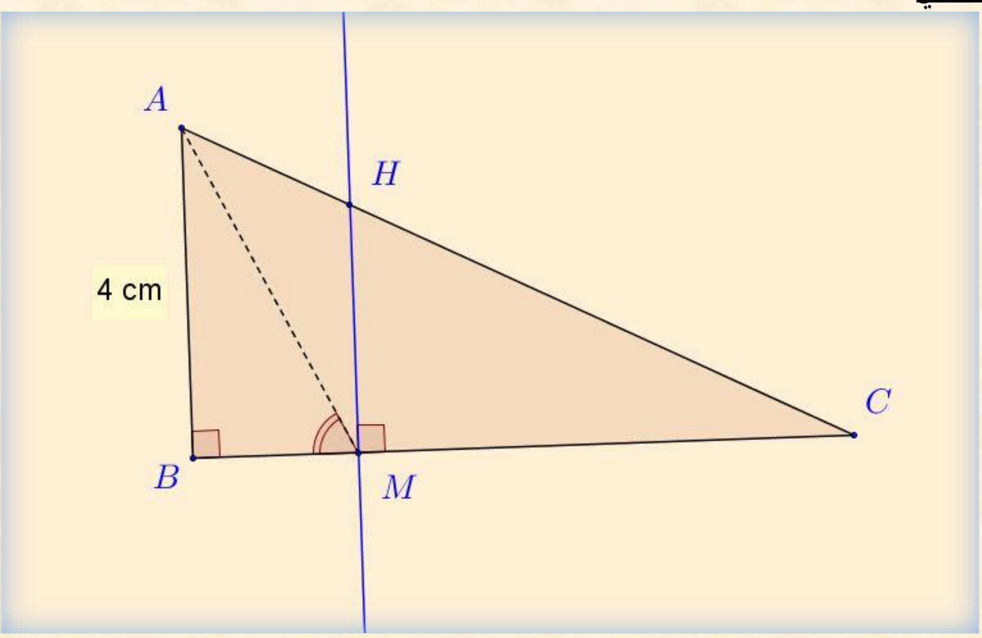
1) احسب الطول MH.

2) احسب $\tan\widehat{AMB}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ بالتدوير إلى الدرجة.

BEM 2013

حل التمرين 7.3

- الشكل الهندسي



1) حساب طول MH . بما أن $(HM)\parallel(AB)$. لدينا :

حسب خاصية طالس

$$\frac{CM}{CB}=\frac{MH}{AB}$$
$$\frac{6}{8}=\frac{MH}{4}$$

التعويض ثم التبسيط

و منه

$$MH=\frac{4\times 6}{2}$$
$$=3$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $\boxed{MH=3\text{ cm}}$.

2) حساب $\tan\widehat{AMB}$. لدينا :

$$\tan \widehat{AMB} = \frac{AB}{BM}$$

التعويض ثم التبسيط

$$= \frac{4}{2} = 2$$

احذر لابد التاكد من استخدامك للدرجات عند استعمالك للآلة الحاسبة

و عليه $\boxed{\tan \widehat{AMB} = 2}$.

- استنتاج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ بالتدوير إلى الدرجة. باستعمال الآلة الحاسبة

$$\boxed{2} \rightarrow \boxed{2\text{ndf}} \rightarrow \boxed{\tan^{-1}} \rightarrow \boxed{\widehat{AMB} \approx 63.4^\circ}$$

و عليه قيس الزاوية $\boxed{\widehat{AMB} = 63.4^\circ \approx 63^\circ}$ بالتدوير إلى الدرجة.

احذر من نسيان وحدة الدرجة

■

التمرين 8.3

(T) دائرة مركزها O و قطرها $AB = 8\text{ cm}$ ، C نقطة من الدائرة حيث: $BC = 3\text{ cm}$.

1) احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{BAC}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{BOC}$.

F هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ ، المستقيم الذي يشمل F و يوازي (BC) يقطع (AC) في D .

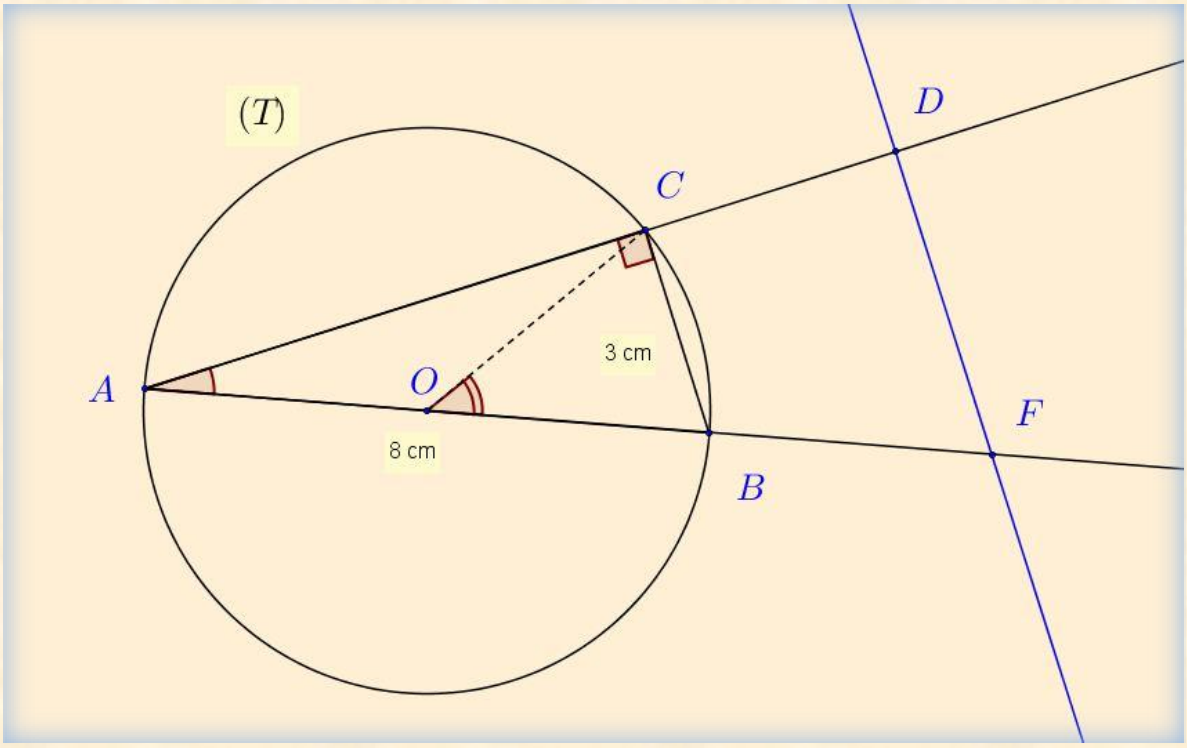
2) احسب DF .

(ملاحظة: يطلب انجاز الشكل الهندسي.)

BEM 2012

حل التمرين 8.3

الشكل الهندسي



1) حساب قيس الزاوية $\widehat{BAC}$. لدينا: المثلث ABC قائم في C لان احدا أضلاعه و هو $[AB]$ قطر للدائرة المحيطة به

إذن في المثلث القائم ABC لدينا:

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$$

التعويض ثم التبسيط

$$= \frac{3}{8} = 0.375$$

احذر لابد التاكد من استخدامك للدرجات عند استعمالك للآلة الحاسبة

باستعمال الحاسبة

$$\boxed{0.375} \to \boxed{2\text{ndf}} \to \boxed{\sin^{-1}} \to \boxed{\widehat{BAC} \approx 22^{\circ}}$$

و عليه قيس الزاوية بالتدوير الى الوحدة هو $\boxed{\widehat{BAC} = 22^{\circ}}$.

احذر من نسيان وحدة الدرجة

- استنتاج قيس الزاوية $\widehat{BOC}$:

($\widehat{BOC}$ مركزية و $\widehat{BAC}$ محيطية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{BC}$)

$$\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$$
$$= 2\times\left(22^{\circ}\right)$$

احذر من نسيان وحدة الدرجة

و عليه $\boxed{\widehat{BOC} = 44^{\circ}}$.

2) نحسب DF . بما أن F هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ فان:

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BF}$$

هنا لدينا أطوال متساوية

أي

$$OB = BF$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $\boxed{BF = 4 \text{ cm}}$.

- بتطبيق خاصية طالس على الثلث ADF نجد:

$$(BC)\parallel(DF)$$

من خاصية طالس

معناه

$$\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DF}$$

و منه

$$\frac{8}{12} = \frac{3}{DF}$$

إذن

التعويض ثم التبسيط

$$DF = \frac{3\times 12}{8}$$
$$= \frac{36}{8}$$
$$= 4.5$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $\boxed{DF = 4.5 \text{ cm}}$.

■

التمرين 9.3

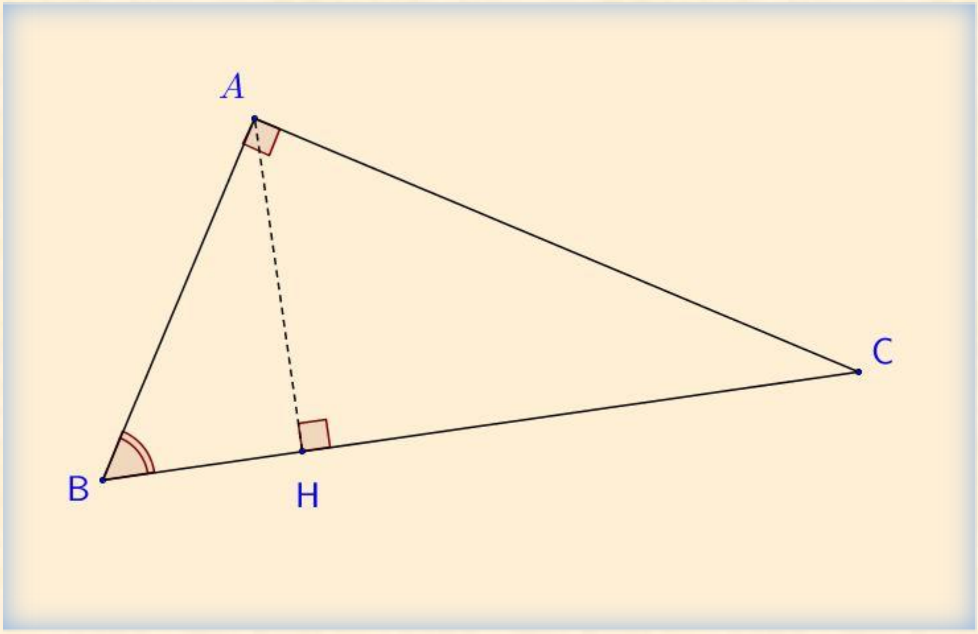
BEM 2011

ABC مثلث قائم الزاوية في A. $[AH]$ الارتفاع المتعلق بالوتر $[BC]$.

- بين أن : $AB^2 = BH \times BC$ (يمكنك الاعتماد على $\cos\widehat{ABC}$ في كل من المثلثين ABC و ABH).

حل التمرين 9.3

<u>الشكل الهندسي</u>



- نبين أن $AB^2 = BH \times BC$، لدينا في المثلث ABC القائم في A :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \qquad (1)$$

و من جهة أخرى، لدينا في المثلث ABH القائم في H

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{BH}{AB} \qquad (2)$$

من (1) و (2) نجد أن $\frac{BH}{AB} = \frac{AB}{AC}$ و عليه $AB \times AB = BH \times BC$ أي $\boxed{AB^2 = BH \times BC}$.

■

الباب الرابع

التمرين 1.4

BEM 2019

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) علم النقط: $A\left(-1;5\right)$ ، $B\left(2;2\right)$ ، $C\left(-1;-1\right)$.

2) احسب الطولين AB و BC.

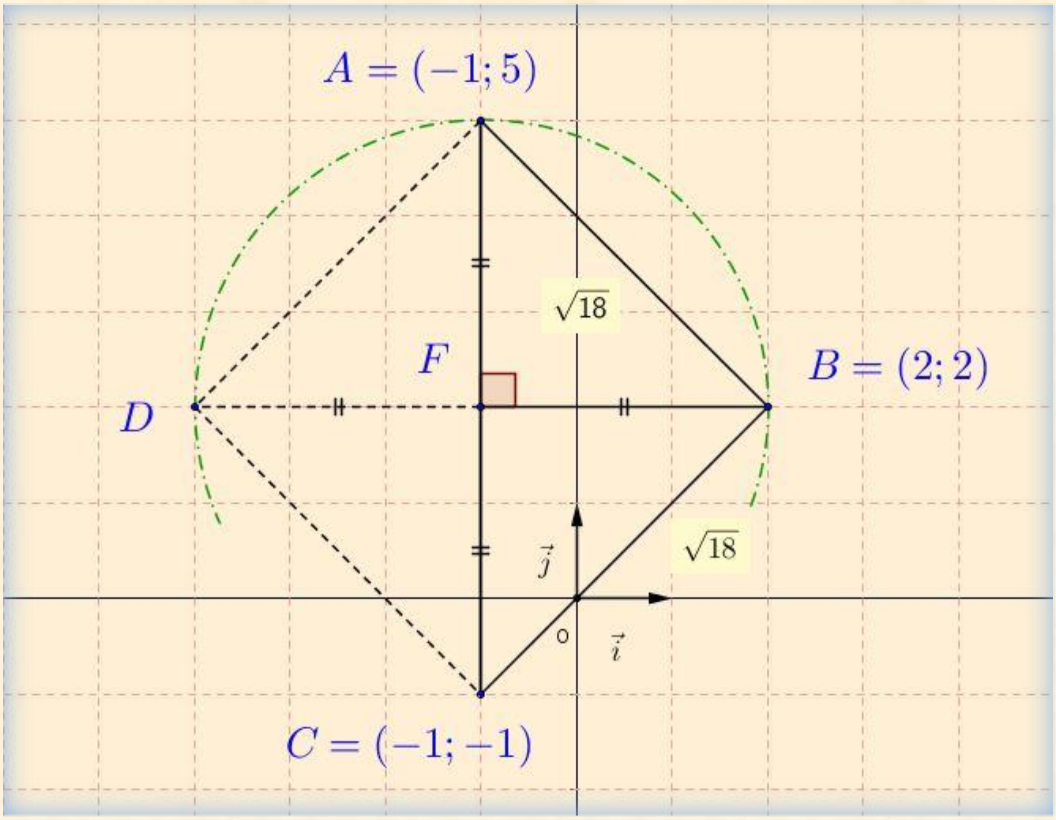
3) F منتصف $[AC]$ ، عين D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه F و زاويته 180°.

- استنتج من الشكل إحداثيات النقطة D.

4) بين طبيعة الرباعي $ABCD$.

حل التمرين 1.4

1) تعليم النقط : $A\left(-1;5\right)$ ، $B\left(2;2\right)$ ، $C\left(-1;-1\right)$.



2) نحسب الطولين AB و BC. لدينا بالتعويض:

$$AB = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

$$= \sqrt{\left(\left(2\right)-\left(-1\right)\right)^2 + \left(\left(1\right)-\left(5\right)\right)^2}$$

التعويض

و منه

$$AB = \sqrt{\left(2+1\right)^2 + \left(2-5\right)^2}$$

$$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

الحساب

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $\boxed{AB = \sqrt{18}\ \text{cm}}$.

و من جهة أخرى لدينا:

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

$$= \sqrt{((-1)-(2))^2 + ((-1)-(2))^2}$$

التعويض

و منه

$$BC = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1-2)^2}$$

احذر من نسيان وحدة الطول

$$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

الحساب

و عليه $\boxed{BC = \sqrt{18}\text{ cm}}$.

3) لتكن النقطة F منتصف $[AC]$، D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه F وزاويته $180°$. من الشكل نستنتج أن إحداثيتي النقطة D هي $\boxed{D(-4;2)}$.

4) نبين طبيعة الرباعي $ABCD$. لدينا:

- بما أن القطرين $[BD]$ و $[AC]$ متناصفان في النقطة F و $AB = BC$ فالرباعي $ABCD$ معين.
- بتطبيق الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث من اجل إثبات أن المثلث CBA قائم في النقطة A. نستنتج أن المعين $ABCD$ فيه زاوية قائمة و بالتالي فهو معين.

■

التمرين 2.4

(وحدة الطول هي السنتمتر (cm))

TIC مثلث فيه: $CI = 13$، $TI = 5$، $TC = 12$.

1) بين أن المثلث TIC قائم ثم احسب مساحته.

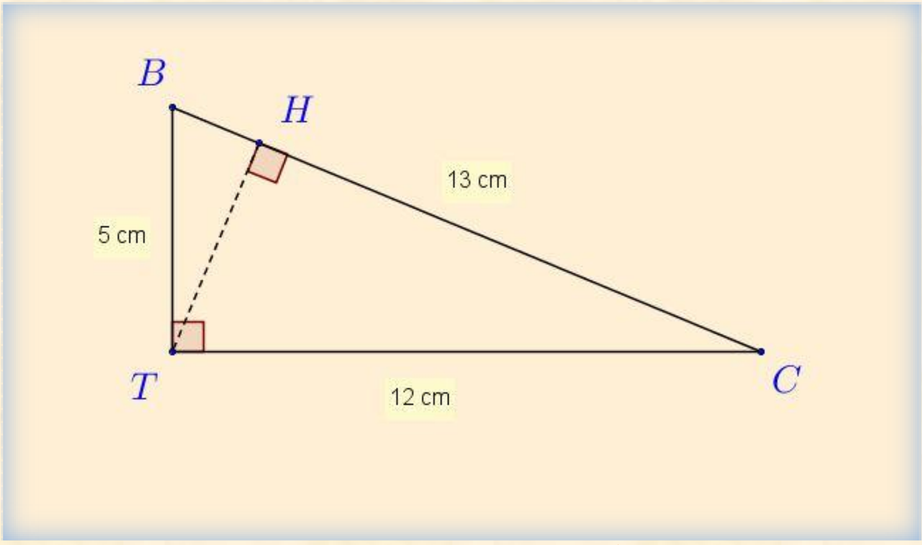
2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة T على الضلع $[CI]$

- احسب الطول TH بالتدوير إلى 0.1.

BEM 2018

حل التمرين 2.4

الشكل الهندسي



1) نبين أن المثلث TIC قائم ثم نحسب مساحته. لدينا :

التعويض

$$(CI)^2=(13)^2=169$$

و

التعويض ثم الحساب

$$(TC)^2+(TI)^2=(12)^2+(5)^2$$
$$=144+25=169$$

بما أن

$$(CI)^2=(TC)^2+(IT)^2$$

فان المثلث TIC قائم في T حسب عكس مبرهنة فيثاغورث.

- لحساب مساحة المثلث TIC لدينا:

نستخدم علاقة مساحة المثلث

$$S=\frac{(TC)\times(TI)}{2}$$
$$=\frac{(12)\times(5)}{2}$$
$$=\frac{60}{2}=30\text{ cm}^2$$

التعويض ثم الحساب

احذر من نسيان وحدة المساحة

و عليه مساحة المثلث TIC هي $\boxed{30\text{ cm}^2}$.

2) حساب الطول TH . من جهة $S=30\text{ cm}^2$ و من جهة أخرى لدينا :

$$S=\frac{TH\times CI}{2}$$

و منه

التعويض ثم الحساب

$$\frac{TH\times CI}{2}=30$$
$$\frac{TH\times(13)}{2}=30$$

اذن

$$TH=\frac{(30)\times 2}{13}=4.6$$

احذر من نسيان وحدة الطول

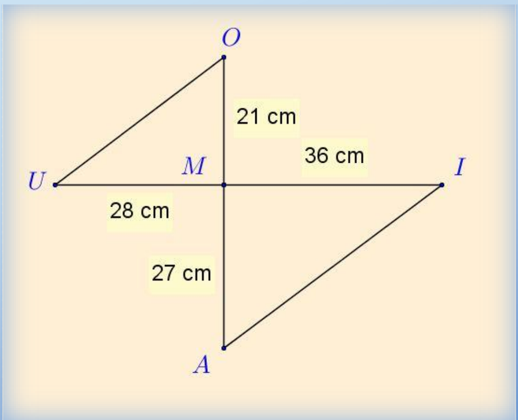
و عليه الطول $\boxed{TH=4.6\text{ cm}}$.

■

التمرين 3.4

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر)

$MA=27$ ، $MO=21$ ، $MI=36$ ، $MU=28$.



1) بين أن المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة).

BEM 2017

حل التمرين 3.4

1) نبين أن المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان. لدينا من جهة:

التعويض ثم الحساب

$$\frac{MO}{MA}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$$

و من جهة أخرى

التعويض ثم الحساب

$$\frac{MU}{MI}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$$

و عليه نستنتج أن:

$$\frac{MO}{MA}=\frac{MU}{MI}$$

و حسب المبرهنة العكسية لمبرهنة طالس فان $\boxed{(AI)\parallel(UO)}$.

2) حساب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$. في المثلث AIM القائم في M لدينا:

التعويض ثم الحساب

$$\tan\widehat{AIM}=\frac{AM}{MI}=\frac{27}{36}=0.75$$

احذر لابد التأكد من استخدامك للدرجات عند استعمالك للآلة الحاسبة

باستعمال الحاسبة العلمية

$$\boxed{0.75}\rightarrow\boxed{2\text{ndf}}\rightarrow\boxed{\tan^{-1}}\rightarrow\boxed{\widehat{AIM}\approx 36.869^\circ}$$

و عليه قيس الزاوية بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة $\boxed{\widehat{AIM}=37^\circ}$.

احذر من نسيان وحدة الدرجة

■

التمرين 4.4

1) أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث: $EF=FG=4\text{ cm}$.

2) أنشئ النقطتين:

D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$

C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.

3) بين أن الرباعي $EGDC$ مربع ثم احسب مساحته.

4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث: $\vec{U}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{FG}$. بين أن: $\vec{U}=\overrightarrow{ED}$.

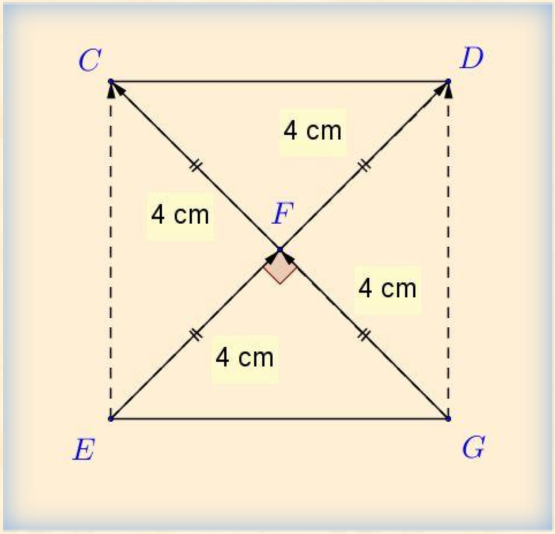
BEM 2016

حل التمرين 4.4

1) إنشاء المثلث EFG القائم في F.

2) إنشاء النقطتين:

- D صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.
- C صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.



3) إثبات أن الرباعي $EGDC$ مربع ثم حساب مساحته. بما أن C هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$ معناه

$\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{EC}$ أي أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع.

من جهة ثانية بما أن:

$$FG=EF=FD=4\text{ cm}$$

فان

في المثلث EGD طول المتوسط المتعلق بالضلع $[ED]$
يساوي نصف طول هذا الضلع فالمثلث EGD قائم في G

$$FG=\frac{1}{2}ED$$

و عليه لدينا $[ED]$ و $[CG]$ قطرا متوازي الأضلاع $EGDC$ متعامدان فهو معين و بما أن للمعين $EGDC$ زاوية قائمة

$\left(\widehat{EGF}=90^\circ\right)$ إذن فهو مربع.

- حساب مساحة الرباعي $EGDC$. لتكن A مساحة المربع $EGDC$ و عليه:

$$A=c^2=(EG)^2$$

بتطبيق مبرهنة فيثاغورث لدينا:

التعويض ثم الحساب

$$\begin{aligned}(EG)^2&=(EF)^2+(FG)^2\\&=(4)^2+(4)^2\\&=16+16=32\end{aligned}$$

التعويض ثم الحساب

و منه

$$EG=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$

إذن

$$A=(EG)^2=\left(\sqrt{32}\right)^2=32$$

احذر من نسيان وحدة المساحة

التعويض ثم الحساب

و عليه مساحة المربع $EGDC$ هي $\boxed{32\text{ cm}^2}$.

4) نبين أن $\overrightarrow{U}=\overrightarrow{ED}$. لدينا:

جمع الأشعة عملية تبديليه

$$\begin{aligned}\overrightarrow{U}&=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{FG}\\&=\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}\right)+\overrightarrow{EC}\\&=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}\end{aligned}$$

استخدام علاقة شال

و بما أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع فان:

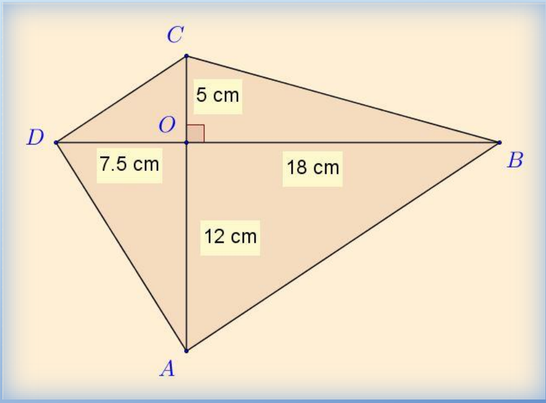
$$\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{ED}$$

و عليه $\boxed{\overrightarrow{U}=\overrightarrow{ED}}$.

■

التمرين 5.4

BEM 2015



الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

$ABCD$ رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في O حيث :

$OA = 12\text{ cm}$ ، $OB = 18\text{ cm}$ ، $OC = 5\text{ cm}$ ، $OD = 7.5\text{ cm}$.

1) برهن أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

2) احسب الطول AB.

حل التمرين 5.4

1) نبرهن أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان. لدينا من جهة :

التعويض ثم الحساب

$$\frac{OA}{OC} = \frac{12}{5} = 2.4$$

و

التعويض ثم الحساب

$$\frac{OB}{OD} = \frac{18}{7.5} = 2.4$$

نستنتج أن :

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

و من جهة أخرى لدينا النقط A ، O ، C في استقامية و كذلك النقط B ، O ، D و بنفس الترتيب.إذن المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان و هذا بتطبيق عكس خاصية طالس .

2) حساب الطول AB. بتطبيق مبرهنة فيثاغورث على المثلث ABO القائم في O نجد :

التعويض ثم الحساب

$$\begin{aligned}(AB)^2 &= (OA)^2 + (OB)^2\\ &= (12)^2 + (18)^2\\ &= 144 + 324 = 468\end{aligned}$$

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه $\boxed{AB = \sqrt{468} = 6\sqrt{13}\text{ cm}}$.

■

التمرين 6.4

BEM 2014

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) علم النقط : $A(-2;-3)$ ، $B(4;1)$ ، $C(2;4)$.

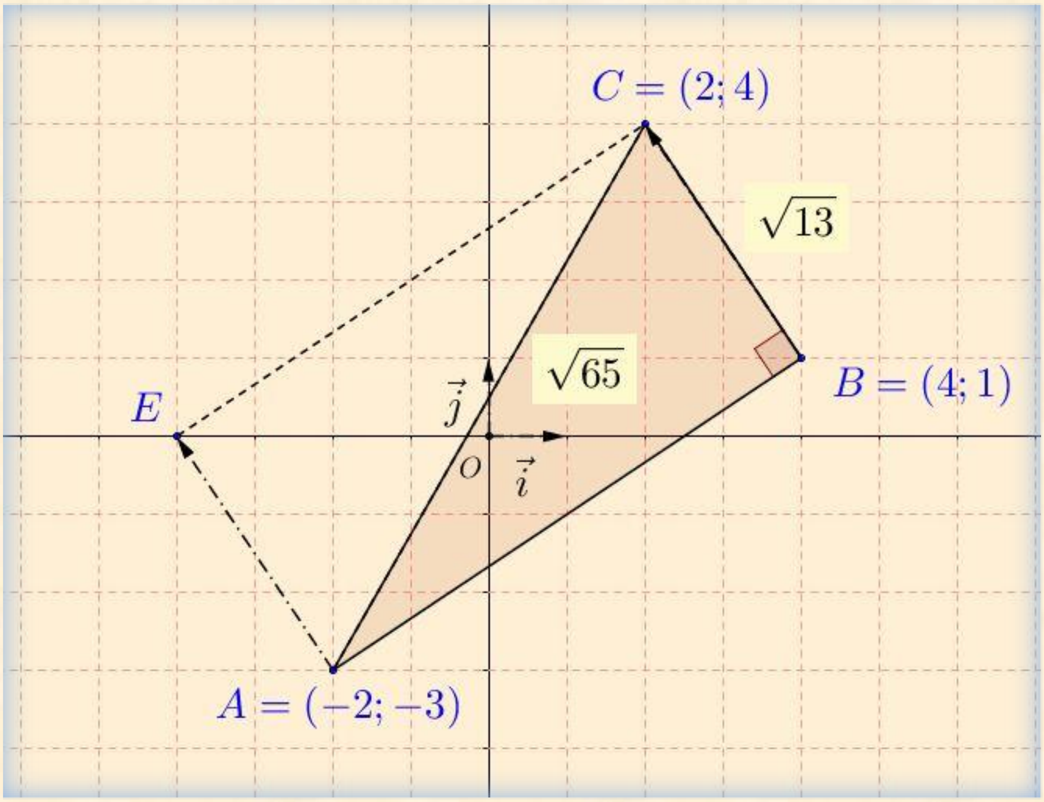
2) ا- أعط القيمة المضبوطة للطول AB.

ب- علما أن : $AC = \sqrt{65}$ و $BC = \sqrt{13}$ ، بين أن المثلث ABC قائم.

3) أنشئ النقطة E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$. اثبت أن $ABCE$ مستطيل.

حل التمرين 6.4

1) تعليم النقط : $A(-2;-3)$ ، $B(4;1)$ ، $C(2;4)$.



2) نحسب القيمة المضبوطة للطول AB . لدينا :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} \\ &= \sqrt{(4+2)^2+(1+3)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2+(4)^2} \\ &= \sqrt{52} = 3\sqrt{13} \end{aligned}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

التعويض ثم الحساب

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه القيمة المضبوطة للطول $\boxed{AB = 2\sqrt{13}\ \text{cm}}$.

ب-نبين أن المثلث ABC قائم. لدينا من جهة :

التعويض ثم الحساب

$$(AC)^2 = \left(\sqrt{65}\right)^2 = 65$$

و من جهة أخرى

التعويض ثم الحساب

$$\begin{aligned} (AB)^2+(BC)^2 &= \left(\sqrt{52}\right)^2+\left(\sqrt{13}\right)^2 \\ &= 52+13 \\ &= 65 = (AC)^2 \end{aligned}$$

بتطبيق عكس مبرهنة فيثاغورث

و عليه نجد أن المثلث ABC قائم في B .

3) إثبات أن الرباعي $ABCE$ مستطيل : بما أن E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ معناه $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BC}$ فالرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع و الزاوية $\widehat{B}$ قائمة إذن فهو مستطيل.

■

التمرين 7.4

BEM 2013

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) علم النقط : $A\left(2;0\right)$ ، $B\left(-4;3\right)$ و $C\left(5;3\right)$.

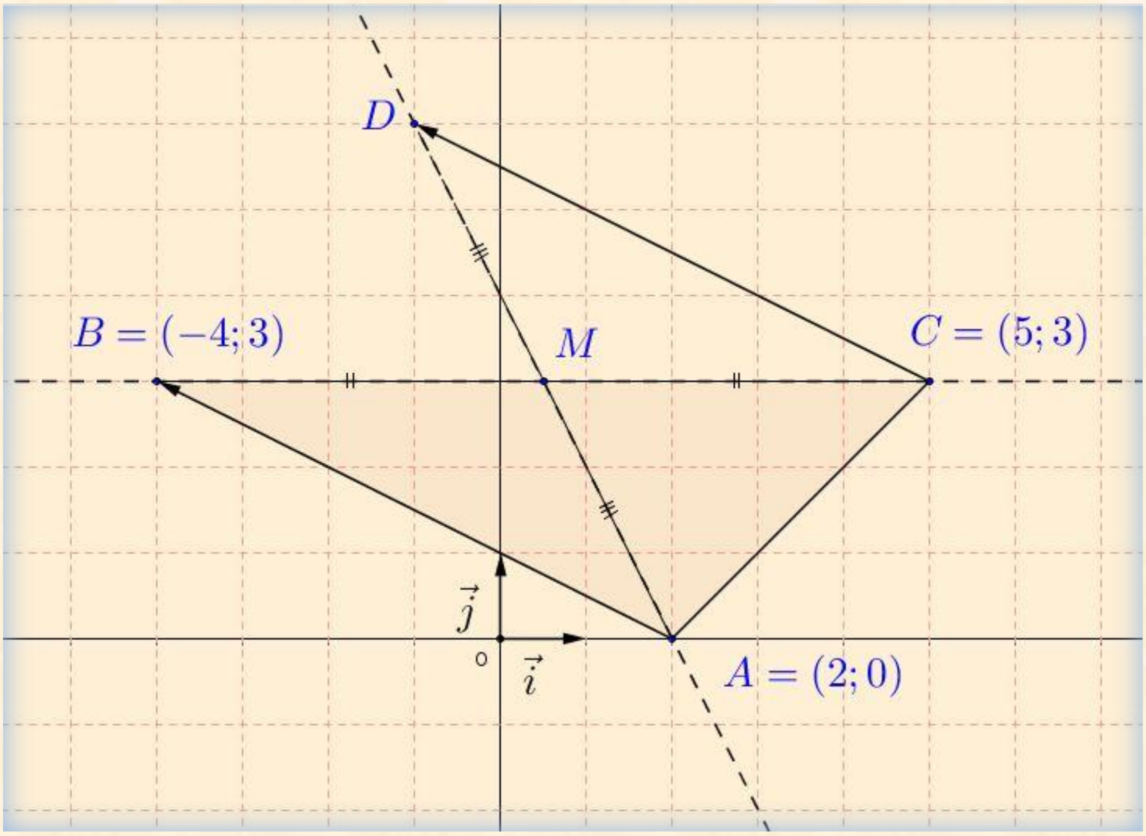
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطول AB.

3) عين النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم احسب إحداثيتي النقطة D.

4) اوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

حل التمرين 7.4

1) تعليم النقط : $A\left(2;0\right)$ ، $B\left(-4;3\right)$ و $C\left(5;3\right)$.



2) حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$. لدينا :

احذر العلاقة هنا لمركبات شعاع

$\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A;y_B-y_A\right)$

$\overrightarrow{AB}\left((-4)-(2);(3)-(0)\right)$

$\overrightarrow{AB}\left(-6;3\right)$

التعويض ثم الحساب

و عليه إحداثيتي الشعاع هي $\boxed{\overrightarrow{AB}\left(-6;3\right)}$.

- حساب الطول AB . لدينا :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{x^2+y^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2+(3)^2} \\ &= \sqrt{36+9} \\ &= \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

التعويض ثم الحساب

احذر من نسيان وحدة الطول

و عليه الطول $\boxed{AB = 3\sqrt{5}\ \text{cm}}$.

3) حساب إحداثيتي النقطة D. لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ معناه $\overrightarrow{CA}(6;2)$ و منه:

$$x_B - x_A = x_D - x_C$$

و

$$y_B - y_A = y_D - y_C$$

اذن

$$\begin{aligned} (5)-(2) &= x_D - (-4) \\ 3 &= x_D + 4 \\ x_D &= 3-4 \\ x_D &= -1 \end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و

$$\begin{aligned} (3)-(0) &= y_D - (3) \\ y_D &= 3+3 \\ y_D &= 6 \end{aligned}$$

احذر من الإشارات خلال مراحل الحل

و عليه $\boxed{D(-1;6)}$.

4) حساب إحداثيتي النقطة M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC). بحساب منتصف القطعة $[BC]$ نجد:

$$\begin{aligned} x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} \\ &= \frac{(5)+(-4)}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

احذر الإشارة موجبة في علاقة إحداثيتي منتصف قطعة

التعويض ثم الحساب

و منه $\boxed{x_M = \frac{1}{2}}$

و من جهة أخرى نجد:

$$\begin{aligned} y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} \\ &= \frac{(3)+(3)}{2} \\ &= \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

احذر الإشارة موجبة في علاقة إحداثيتي منتصف قطعة

التعويض ثم الحساب

و منه $\boxed{y_M = 3}$

و عليه إحداثيتي النقطة هي $\boxed{M\left(\frac{1}{2};3\right)}$.

■

التمرين 8.4

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) علم النقط : $A\left(2;-1\right)$ ، $B\left(-2;3\right)$ ، $C\left(-4;-3\right)$.

2) احسب الطول AC و استنتج نوع المثلث ABC علما أن $BC=2\sqrt{10}$.

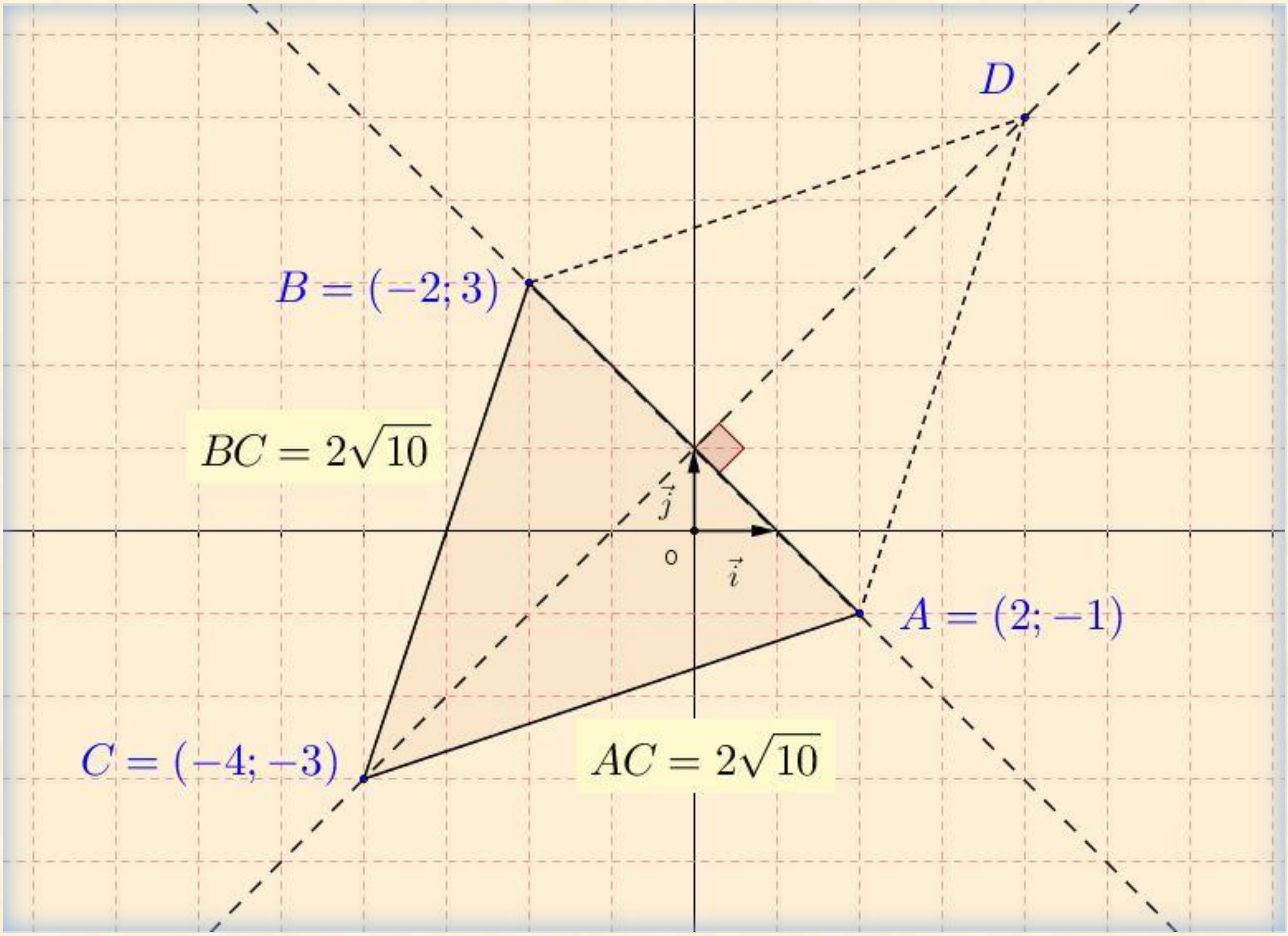
3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BD}$.

4) بين أن $\left(AB\right)\perp\left(CD\right)$.

BEM 2012

حل التمرين 8.4

1) تعليم النقط : $A\left(2;-1\right)$ ، $B\left(-2;3\right)$ ، $C\left(-4;-3\right)$.



2) حساب الطول AC . لدينا :

$$\begin{aligned}AC&=\sqrt{\left(x_C-x_A\right)^2+\left(y_C-y_A\right)^2}\\&=\sqrt{\left((-4)-(2)\right)^2+\left((-3)-(-1)\right)^2}\\&=\sqrt{\left(-6\right)^2+\left(-3+1\right)^2}\\&=\sqrt{36+4}\\&=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\end{aligned}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

التعويض ثم الحساب

بما أن $\boxed{AC = BC = 2\sqrt{10}}$ فان المثلث ABC متساوي الساقين قاعدته $[AB]$.

3) حساب إحداثيتي النقطة D . من جهة لدينا :

احذر العلاقة هنا لمركبات شعاع

$\overrightarrow{CA}(2+4;-1+3)$ التعويض ثم الحساب

$\overrightarrow{CA}(6;2)$

و من جهة أخرى

احذر العلاقة هنا لمركبات شعاع

$\overrightarrow{BD}(x+2;y-3)$

و منه

$x+2=6$

$x=4$

و

$y-3=2$

$y=5$

و عليه $\boxed{D(4;5)}$.

4) إثبات أن $(AB)\perp(CD)$. في الرباعي $CADB$ لدينا :

$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BD}$

فهو متوازي الأضلاع و بحيث:

$AC=BC$

فهو معين و منه $\boxed{(AB)\perp(CD)}$.

■

التمرين 9.4

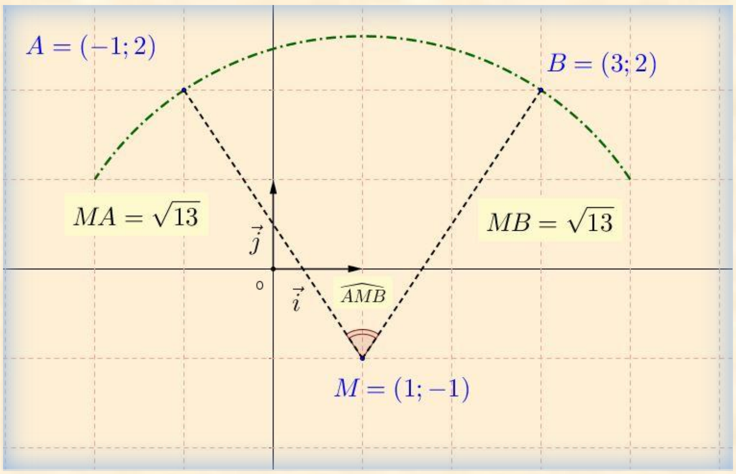
BEM 2011

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) علم النقط : $A(-1;2)$ ، $B(3;2)$ ، $M(+1;-1)$.

2) بين أن B هي صورة A بالدوران الذي مركزه M و زاويته $\widehat{AMB}$.

حل التمرين 9.4



1) تعليم النقط : $A(-1;2)$ ، $B(3;2)$ ، $M(+1;-1)$.

2) تكون النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه M و زاويته $\widehat{AMB}$

إذا تحقق الشرط التالي: $MA=MB$.

- حساب الطول MA

$$\begin{aligned} MA &= \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} \\ &= \sqrt{((-1)-(1))^2 + ((2)-(-1))^2} \\ &= \sqrt{(-1-1)^2 + (2+1)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

التعويض ثم الحساب

احذر من نسيان وحدة الطول

و منه $\boxed{MA = \sqrt{13}\ \text{cm}}$.

- حساب الطول MB

$$\begin{aligned} MB &= \sqrt{(x_B - x_M)^2 + (y_B - y_M)^2} \\ &= \sqrt{((3)-(1))^2 + ((2)-(-1))^2} \\ &= \sqrt{(3-1)^2 + (2+1)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

احذر الإشارة الموجبة في هذه العلاقة

التعويض ثم الحساب

احذر من نسيان وحدة الطول

و منه $\boxed{MB = \sqrt{13}\ \text{cm}}$.

■

الباب الخامس

المسألة 1.5

يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين التاليتين:

التسعيرة الأولى : 100 DA للحصة الواحدة لغير المنخرطين.

التسعيرة الثانية : 80 DA للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره 400 DA .

1) ما هو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 2800 DA ؟
2) باعتبار x عدد الحصص في الشهر و بالاستعانة بالتمثيل البياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب حسب عدد الحصص خلال الشهر.

(يمكنك اخذ: 1 cm على محور الفواصل يمثل 4 حصص، 1 cm على محور التراتيب يمثل 400 DA).

BEM 2019

حل المسألة 1.5

1) حساب عدد الحصص:

- حسب التسعيرة الأولى:

$$2800 \div 100 = 28$$

إذن عدد الحصص حسب التسعيرةالأولى هو : $\boxed{28}$ حصة.

- حسب التسعيرة الثانية :

$$(2800 - 400) \div 80 = 30$$

و عليه عدد الحصص حسب التسعيرة الثانية هو: $\boxed{30}$ حصة.

2) إيجاد أفضل التسعيرتين. ليكن :

- $f(x)$ المبلغ المدفوع ل x حصة بالتسعيرة الأولى
- $g(x)$ المبلغ المدفوع ل x حصة بالتسعيرة الثانية

و عليه من اجل: $f(x) = 100x$

يكون:

$$\begin{aligned} f(0) &= 100 \times 0 = 0 \\ f(30) &= 100 \times 30 = 3000 \end{aligned}$$

و من اجل: $g(x) = 80x + 400$

يكون:

$$\begin{aligned} g(0) &= 80 \times 0 + 400 = 400 \\ g(30) &= 80 \times 30 + 400 = 2800 \end{aligned}$$

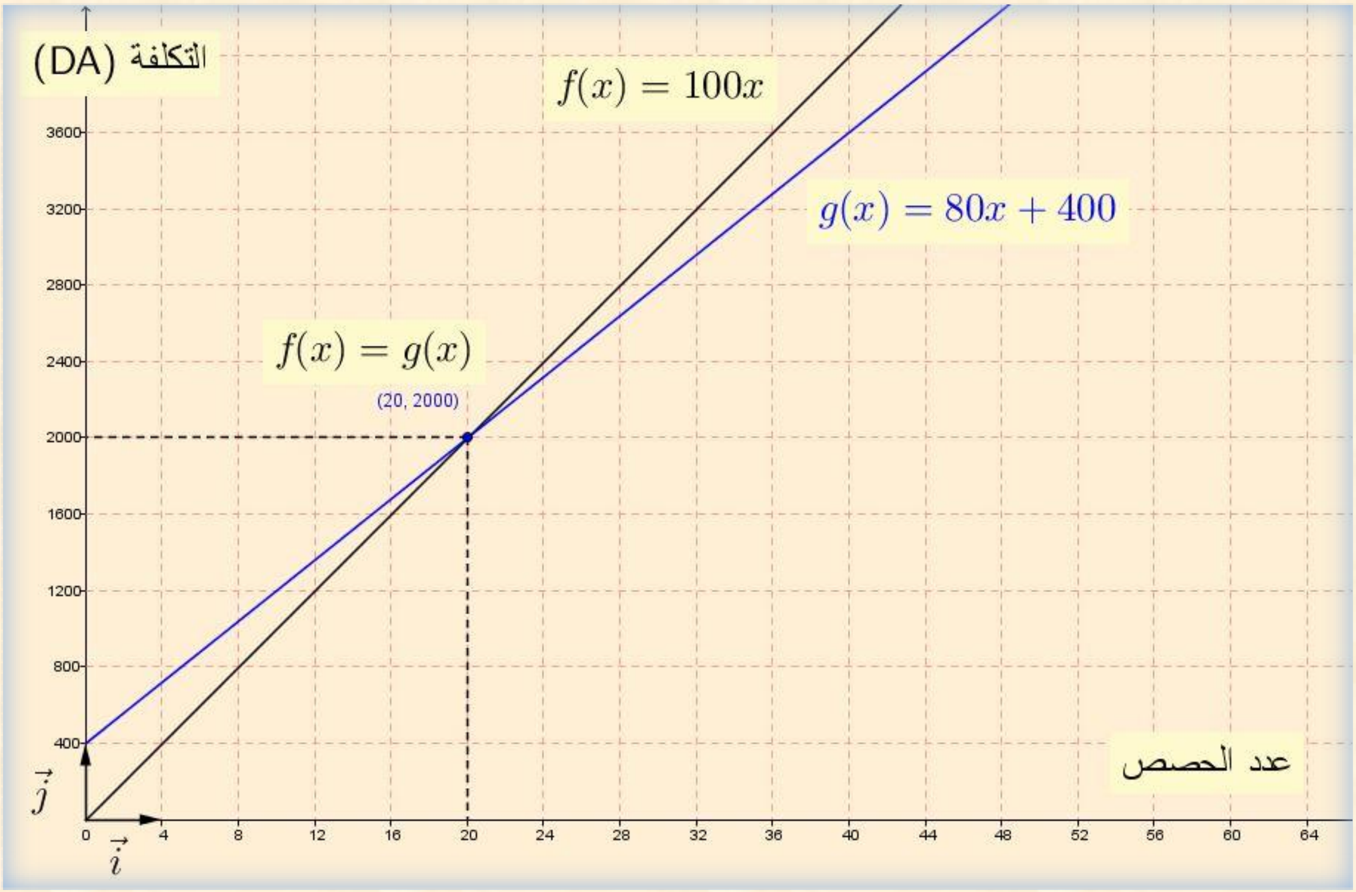
التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم الذي يشمل النقطتين $(0;0)$ و $(30;3000)$.

التمثيل البياني للدالة g هو المستقيم الذي يشمل النقطتين $(0;400)$ و $(30;2800)$.

سلم الرسم: على محور الفواصل: 1 cm يمثل 4 حصص.

على محور التراتيب : 1 cm يمثل 400 DA .

<u>التمثيل البياني</u>



<u>بقراءة بيانية:</u>

التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها $\boxed{20}$.

عندما يكون $x < 20$ يكون التمثيل البياني للدالة f <u>تحت</u> التمثيل البياني للدالة g .

عندما يكون $x > 20$ يكون التمثيل البياني للدالة f <u>فوق</u> التمثيل البياني للدالة g .

و عليه: إذا كان عدد الحصص لا يفوق 20 حصة فالتسعيرة الأولى هي الأفضل و أما إذا تجاوز عدد الحصص 20 حصة فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

■

المسألة 2.5

عبد الله و محمد عاملان في مؤسسة لصناعة العاب الأطفال راتبهما الشهري على النحو التالي:

- عبد الله راتبه 20000 DA إضافة إلى 200 DA لكل لعبة يتم صنعها.
- محمد راتبه 30000 DA إضافة إلى 100 DA لكل لعبة يتم صنعها.

الجزء الأول

1) ما هو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تم صنع 120 لعبة؟

2) ليكن x عدد اللعب المصنوعة في الشهر

- عبر بدلالة x عن y_1 راتب عبد الله و عن y_2 راتب محمد.

الجزء الثاني

1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

- ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث:

$$g(x)=200x+20000 \quad \text{و} \quad h(x)=100x+30000$$

(نأخذ: 1 cm على محور الفواصل يمثل 50 لعبة، 1 cm على محور التراتيب يمثل 5000 DA).

2) حل جملة المعادلتين التالية:

$$\begin{cases} y=200x+20000 \\ y=100x+30000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل.
- بقراءة بيانية متى يكون راتب عبد الله اكبر من راتب محمد؟

BEM 2018

حل المسألة 2.5

الجزء الأول

1) حساب الراتب الشهري عندما يتم صنع 120 لعبة :

- راتب عبد الله:

$$\begin{aligned} 200\times120+20000 &= 24000+20000 \\ &= 44000 \text{ DA} \end{aligned}$$

و عليه الراتب لشهري لعبد الله عندما يتم صنع 120 لعبة هو $\boxed{44000 \text{ DA}}$.

- راتب محمد:

$$100 \times 120 + 30000 = 12000 + 30000$$
$$= 42000 \text{ DA}$$

و عليه الراتب الشهري لمحمد عندما يتم صنع 120 لعبة هو $\boxed{42000 \text{ DA}}$.

2) التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x . لدينا :

$y_1 = 200x + 20000$

y_1 يمثل الراتب الشهري لعبد الله

و

$y_2 = 100x + 30000$

y_2 يمثل الراتب الشهري لمحمد

الجزء الثاني

1) رسم مستقيما الدالتين $g(x) = 200x + 20000$ و $h(x) = 100x + 30000$.

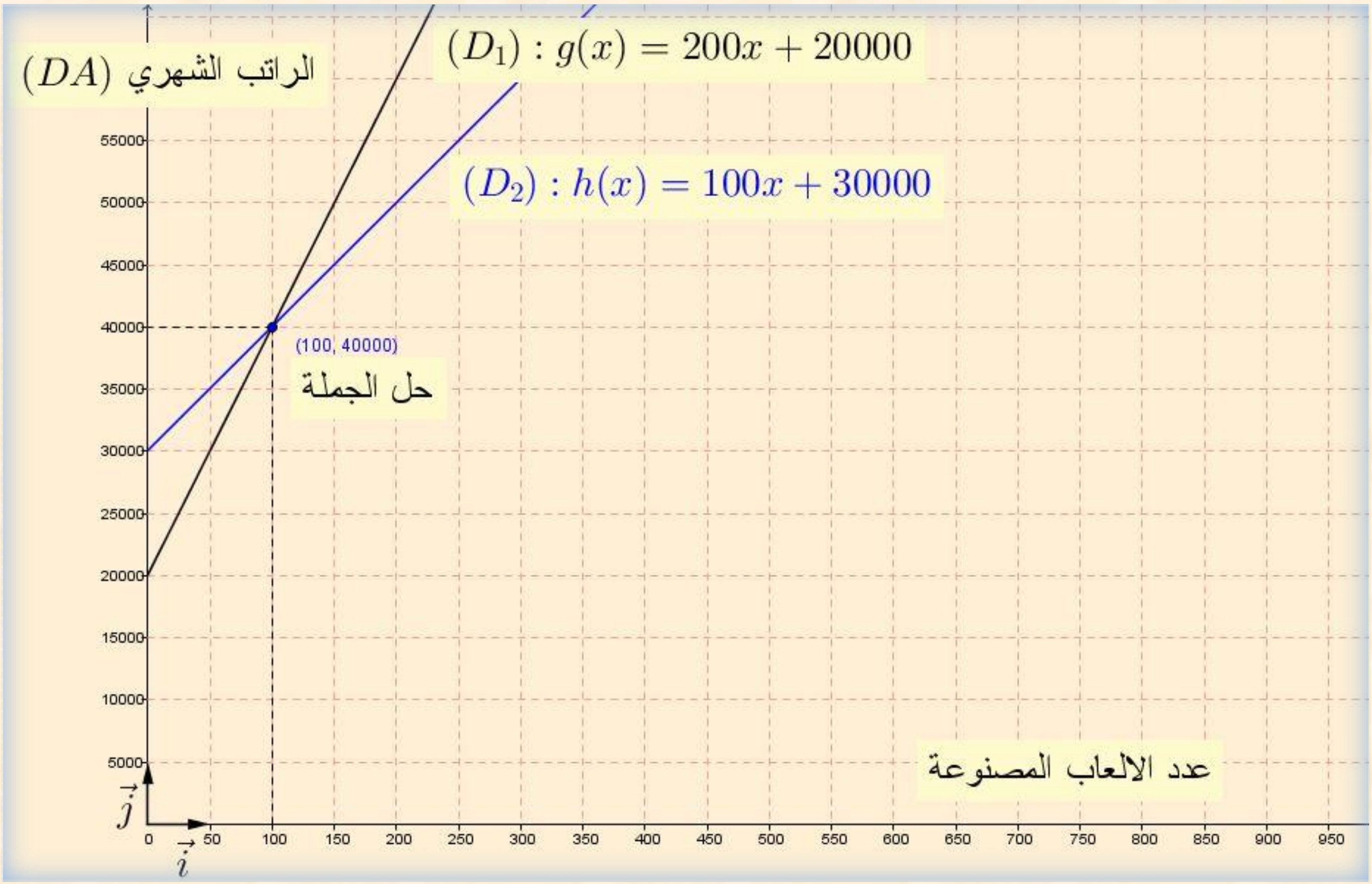
x	0	50
$g(x)$	20000	30000

و

x	0	50
$h(x)$	30000	35000

ملاحظة : تأخذ بعين الاعتبار كل النقط المختارة من طرف التلميذ

التمثيل البياني



2) حل جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} y = 200x + 20000 \\ y = 100x + 30000 \end{cases}$$

و منه

$$\begin{aligned}200x+20000&=100x+30000\\200x-100x&=30000-20000\end{aligned}$$

و عليه

$$\begin{aligned}100x&=10000\\x&=\frac{10000}{100}=100\end{aligned}$$

بتعويض قيمة x في المعادلة :

$$y=200x+20000$$

نجد :

$$\begin{aligned}y&=200\times100+20000\\&=20000+20000=40000\end{aligned}$$

و عليه للجملة حل واحد هو $\boxed{(100;40000)}$.

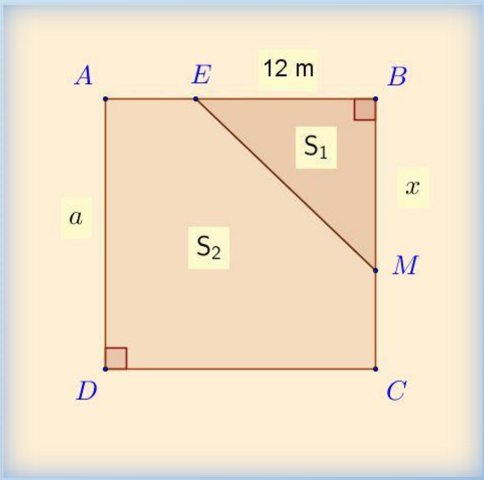
التفسير البياني لحل الجملة:

- حل الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2) التي تمثل تساوي الراتبين عند صنع 100 لعبة.
- من التمثيل البياني يكون راتب عبد الله اكبر من راتب محمد عند صنع أكثر من 100 لعبة.

■

المسألة 3.5

$ABCD$ قطعة ارض مربعة الشكل مساحتها $324\ \mathrm{m}^2$ ملك للأخوين احمد و فاطمة و مجزأة حسب المخطط المقابل



الجزء الأول

1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث: $BM = x$.

E نقطة من $[BA]$ حيث: $BE = 12\ \mathrm{m}$.

الجزء EBM تملكه فاطمة و الجزء $AEMCD$ يملكه احمد.

أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء $AEMCD$

- اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2.

ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M

بحيث تكون مساحة قطعة احمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

الجزء الثاني

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث: $f(x)=12x$ ، $g(x)=-6x+324$.

(نأخذ: $1\ \mathrm{cm}$ على محور الفواصل يمثل $2\ \mathrm{cm}$ و $1\ \mathrm{cm}$ على محور التراتيب يمثل $36\ \mathrm{m}^2$)

2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

BEM 2017

حل المسألة 3.5

الجزء الأول

1) حساب a طول ضلع القطعة. بما أن مساحة المربع $ABCD$ هي $S=a^2=324$ فان:

$$a=\sqrt{324}=18$$

و عليه طول ضلع القطعة هو $18\ \mathrm{m}$.

2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث: $BM=x$ و E نقطة من $[BA]$ حيث: $BE=12\ \mathrm{m}$.

أ) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x. من جهة لدينا:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{EB \times BM}{2} \\ &= \frac{12\times x}{2} = 6x \end{aligned}$$

و عليه $\boxed{S_1 = 6x}$. (S_1 مقدرة ب $\boxed{\mathrm{m}^2}$)

و من جهة أخرى لدينا:

$$\begin{aligned} S_2 &= 324 - S_1 \\ &= 324 - 6x \end{aligned}$$

و عليه $\boxed{S_2 = 324 - 6x}$. (S_2 مقدرة ب $\boxed{\mathrm{m}^2}$)

ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة احمد ضعف مساحة قطعة فاطمة لدينا:

$$S_2 = 2S_1$$

و منه

$$\begin{aligned} 324 - 6x &= 2 \times 6x \\ 12x + 6x &= 324 \\ 18x &= 324 \\ x &= \frac{324}{18} = 18 \end{aligned}$$

إذن $\boxed{x = 18}$ (الوحدة هي m) و بالتالي النقطة M تنطبق على النقطة C.

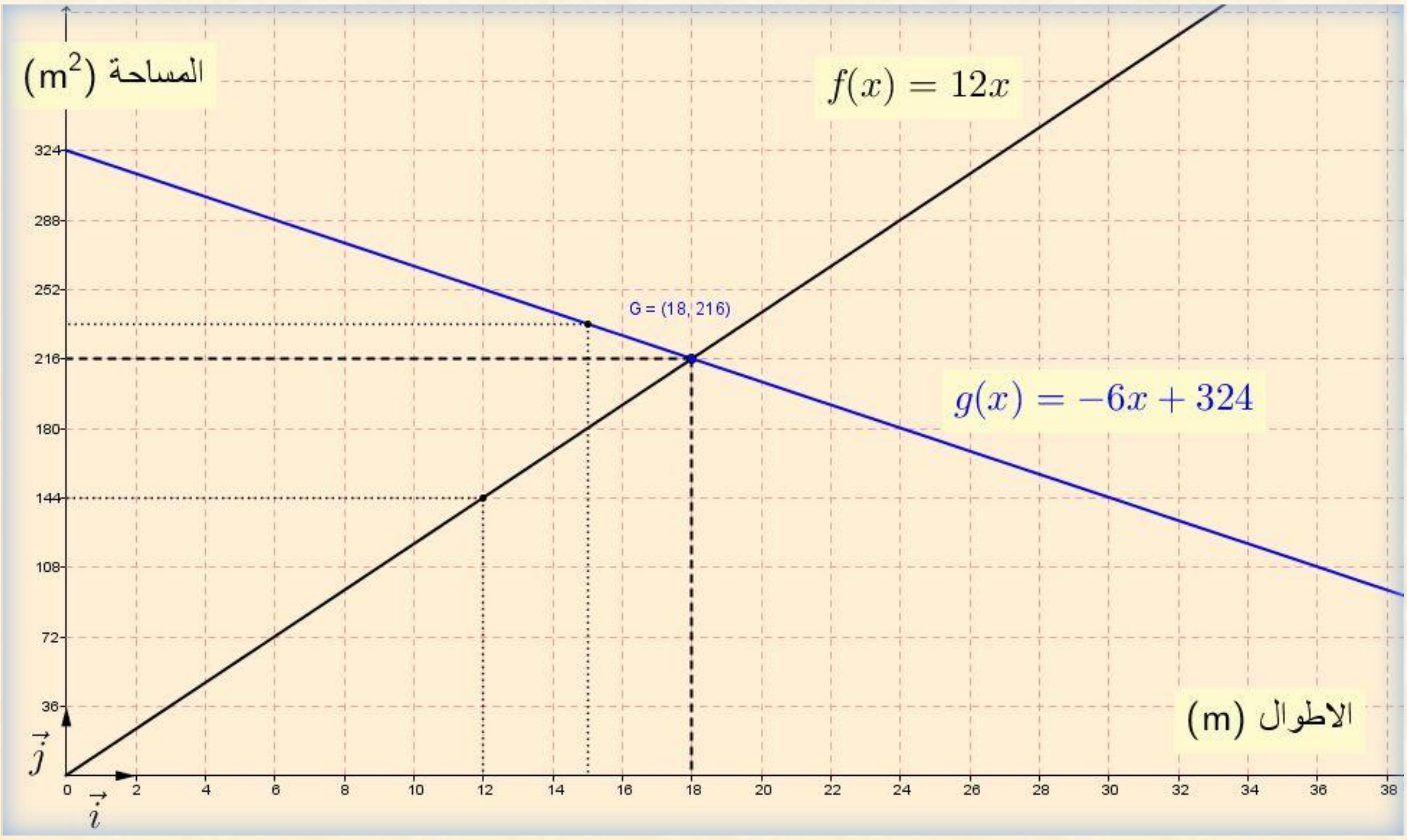
الجزء الثاني

1) التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم الذي يشمل النقطتين : مبدأ المعلم $O(0;0)$ و النقطة $K(12;144)$

التمثيل البياني للدالة التالفية g هو المستقيم الذي يشمل النقطتين: $E(0;324)$ و $F(15;234)$

ملاحظة: تقبل أي نقطتين من التمثيل البياني لكل من الدالتين.

التمثيل البياني



2) التفسير البياني و إيجاد المساحتين:

التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة $G\left(18;216\right)$. لدينا :

$g\left(x\right)=S_2$ و $f\left(x\right)=2S_1$

و من اجل $x=18$ فان :

$$\begin{aligned} f\left(x\right) &= g\left(x\right) \\ 2S_1 &= S_2 \end{aligned}$$

و من التمثيل البياني لدينا :

$$g\left(18\right)=216$$

أي

$$S_2=216$$

و منه فان

$$2S_1=216$$

و عليه $S_1=108$.

إذن مساحة القطعة التي يملكها احمد هي $\boxed{216\ \text{m}^2}$ و مساحة القطعة التي تملكها أخته فاطمة هي $\boxed{108\ \text{m}^2}$.

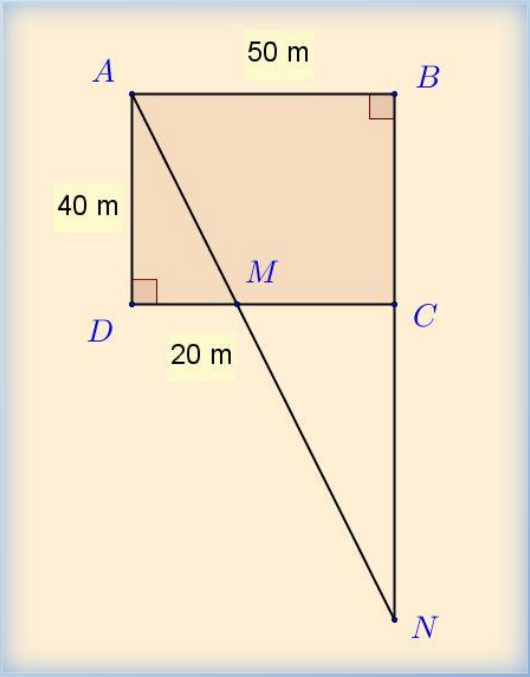
■

المسألة 4.5

لجدك قطعة ارض لها الشكل المقابل حيث:

$ABCD$ مستطيل أبعاده 50 m و 40 m و M نقطة من $[DC]$ حيث: $DM=20\text{ m}$

N نقطة تقاطع (BC) و (AM).



الجزء الأول

1) بين أن: $\frac{MA}{MN}=\frac{2}{3}$.

2) احسب الطول BN.

3) احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{MAD}$.

الجزء الثاني

وهب جدك لأبيك و عمك القطعة MCN ليقسمانها بينهما بالعدل.

1) اقترح عمك أن تكون النقطة E صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C و زاويته 90° في الاتجاه الموجب هي بداية الخط الفاصل $[EM]$ بين القطعتين MNE و MCE الناتجتين عن هذه القسمة.

- اثبت انه كان محقا في اختياره.

تحصل أبوك على مبلغ 5.4×10^{6} DA من عملية بيع قطعته الأرضية MNE بعد دفعه ضريبة نسبتها 20% على المبلغ الإجمالي للقطعة.

- حدد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة و اكتبه كتابة علمية.

BEM 2016

حل المسألة 4.5

الجزء الأول

1) إثبات أن $\frac{MA}{MN}=\frac{2}{3}$. لدينا: $(NC)\parallel(AD)$ و النقط N ، M ، A و C ، M ، D على استقامية بنفس الترتيب

حسب خاصية طالس:

$$\frac{MA}{MN}=\frac{MD}{MC}=\frac{AD}{CN} \qquad (1)$$

و بما أن

$$\begin{aligned} MC &= CD-MD \\ &= 50-20=30 \end{aligned}$$

فان

$$\frac{MA}{MN}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$$

2) حساب الطول BN . من (1) لدينا :

$$\frac{MA}{MN} = \frac{AD}{CN}$$
$$\frac{2}{3} = \frac{40}{CN}$$

و بالتالي

$$CN = \frac{40\times 3}{2} = 60$$

و منه

$$BN = BC + CN$$
$$= 40 + 60 = 100$$

و عليه الطول $\boxed{BN = 100\ \text{m}}$.

3) حساب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{MAD}$. لدينا في المثلث ADM القائم في D :

$$\tan\widehat{MAD} = \frac{DM}{AM} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

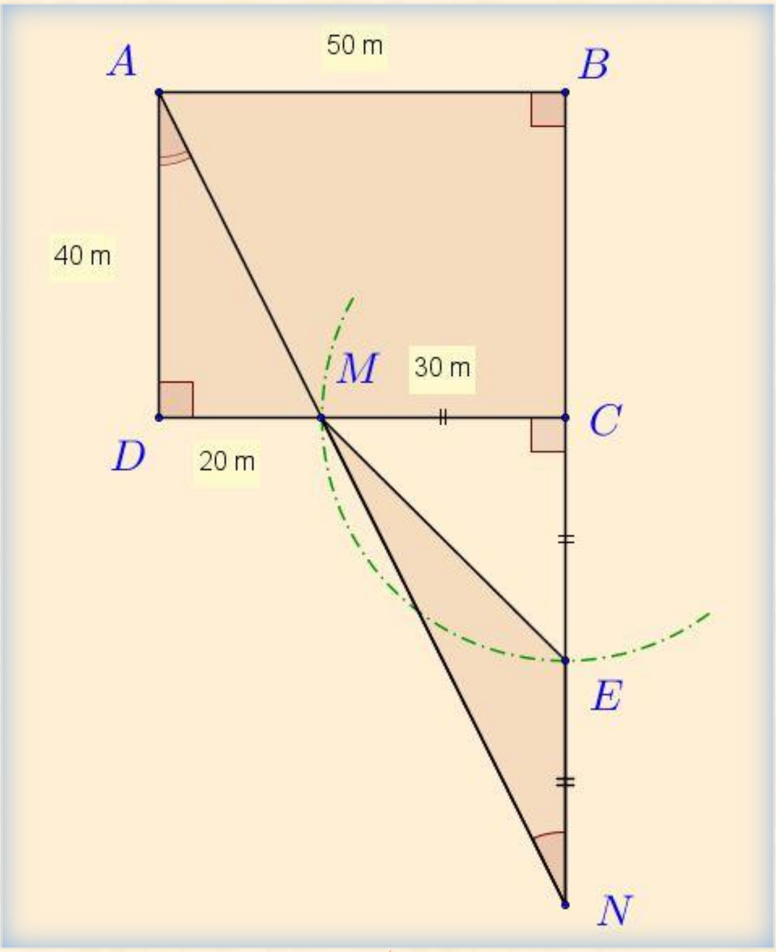
باستعمال الآلة الحاسبة

$$\boxed{0.5} \to \boxed{\text{2ndf}} \to \boxed{\tan^{-1}} \to \boxed{\widehat{MAD} \approx 26.56^\circ}$$

و عليه قيس الزاوية بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة هو $\boxed{\widehat{MAD} = 27^\circ}$.

الجزء الثاني

1) تعيين النقطة E صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C و زاويته 90° بالاتجاه الموجب موضع القسمة.



- إثبات أن العم كان محقا في اختياره من جهة لدينا :

$$\begin{aligned} S_{MCE} &= \frac{MC \times CE}{2} \\ &= \frac{30 \times 30}{2} = 450 \end{aligned}$$

و

$$EN = CN - CE = 60 - 30 = 30$$

و من جهة أخرى

$$\begin{aligned} S_{MEN} &= \frac{EN \times CM}{2} \\ &= \frac{30 \times 30}{2} = 450 \end{aligned}$$

و منه

$$S_{MCE} = S_{MEN} = 450 \text{ m}^2$$

إذن فالعم كان محقا في اختياره.

2) تحديد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة.

- بفرض سعر المتر المربع الواحد هو x فان المبلغ الإجمالي للقطعة بدلالة x هو $\boxed{450x}$.
- من جهة أخرى المبلغ الإجمالي للقطعة بدون اقتطاع هو:

$$\begin{aligned} &5.4 \times 10^6 \rightarrow 80\% \\ &y \rightarrow 100\% \end{aligned}$$

أي

$$\begin{aligned} y &= \frac{5.4 \times 10^6}{80} \times 100 \\ &= 6.75 \times 10^6 \end{aligned}$$

و منه

$$\begin{aligned} 450x &= 6.75 \times 10^6 \\ x &= \frac{6.75 \times 10^6}{450} = 0.015 \times 10^6 \end{aligned}$$

و عليه سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة هو $\boxed{1.5 \times 10^4 \text{ DA}}$.

■

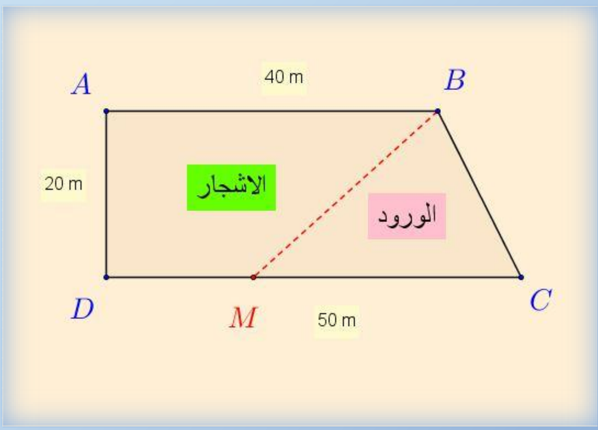
المسألة 5.5

الجزء الأول

لِعَمّي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1000\ \text{m}^2$ ، عرضها يمثل $\left(\frac{2}{5}\right)$ من طولها.

– أوجد بُعْدَي هذه القطعة.

الجزء الثاني



تنازل عمّي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100\ \text{m}^2$ و خصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود و الأشجار. لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضح في الشكل المقابل:

نضع: $DM = x$ (M نقطة من $[DC]$ مع $0 \le x \le 50$).

لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة $ABMD$.

1) ا- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.
ب- سَاعِدْ عمّي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

2) ا- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
- مثّل بيانيا الدالتين $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$.

(نأخذ: $1\ \text{cm}$ على محور الفواصل يمثل $2\ \text{m}$ و $1\ \text{cm}$ على محور التراتيب يمثّل $50\ \text{m}^2$)

ب- فسر بيانيا مساعدتك السابقة لعمي احمد مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

BEM 2015

حل المسألة 5.5

الجزء الأول

1) إيجاد بعدي قطعة الأرض: بفرض طول القطعة هو x فان عرضها هو $\frac{2}{5}x$.

و بما أن مساحتها $1000\ \text{m}^2$ فان:

$$x\left(\frac{2}{5}x\right) = 1000$$
$$\frac{2}{5}x^2 = 1000$$
$$x^2 = 1000 \times \frac{5}{2} = 2500$$

و بما أن الأطوال أعداد موجبة فان :

$$x=\sqrt{2500}=50$$

و منه

$$\frac{2}{5}x=\frac{2}{5}\times(50)=20$$

و عليه طول القطعة هو $\boxed{50\text{ m}}$ و عرضها هو $\boxed{20\text{ m}}$.

ملاحظة : يمكن حل هذا السؤال باستعمال جملة معادلتين.

الجزء الثاني

1) ا) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x . لدينا من جهة :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{CM\times AD}{2} \\ &= \frac{20(50-x)}{2} \\ &= 500-10x \end{aligned}$$

و عليه $\boxed{f(x)=500-10x}$.

و من جهة أخرى

$$\begin{aligned} g(x) &= (1000-100)-f(x) \\ &= 900-(500-10x) \\ &= 400+10x \end{aligned}$$

و عليه $\boxed{g(x)=400+10x}$.

ملاحظة : يمكن التعبير عن $g(x)$ باستعمال علاقة مساحة شبه منحرف.

ب) مساعدة عمي احمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني :

$$f(x)=g(x)$$

أي

$$\begin{aligned} 500-10x &= 400+10x \\ 500-400 &= 10x+10x \\ 20x &= 100 \\ x &= \frac{100}{20}=5 \end{aligned}$$

و عليه حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون $\boxed{DM=5\text{ m}}$.

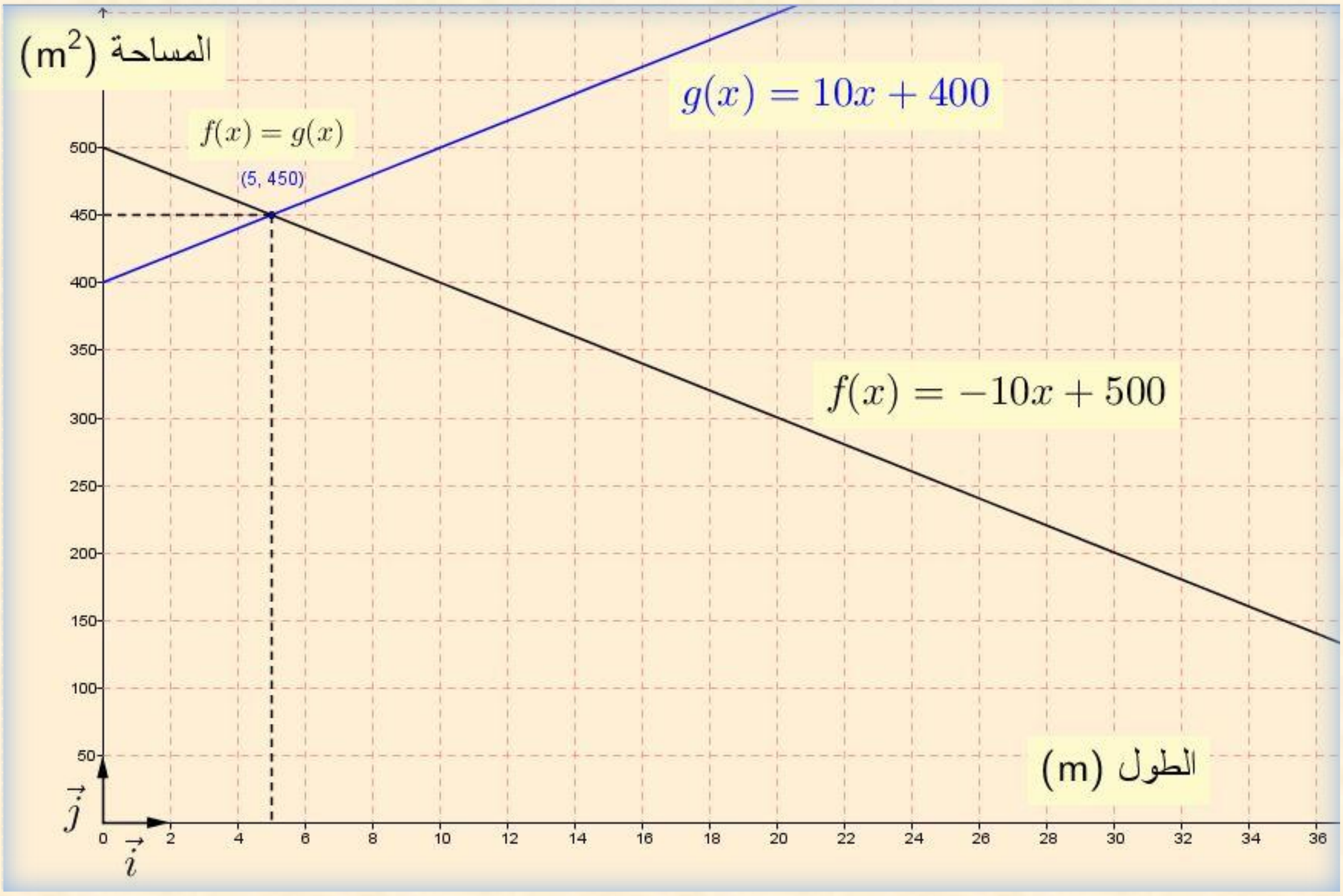
2) ا) لتمثيل الدالتين : $f(x)=-10x+500$ و $g(x)=10x+400$ بيانيا نستعين ب :

x	0	10
$f(x)$	500	400

و

x	0	10
$g(x)$	400	500

التمثيل البياني



ب) التفسير البياني للمساعدة السابقة لعمي احمد مع تحديد قيمة المساحة في هده الحالةيكون لقطعتي الأرض نفس المساحة من اجل فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين و هي$x = 5$ و تبلغ قيمة المساحة في هذه الحالة $\boxed{450 \text{ m}^2}$.

■

المسألة 6.5

بمناسبة عيد الأضحى قدمت مؤسسة للهاتف النقال عرضين لمدة أسبوع للتواصل و تبادل التهاني بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).

العرض الأول : 3 DA للرسالة الواحدة.

العرض الثاني : 1.5 DA للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره 30 DA من الرصيد.

1) انقل و أكمل الجدول:

عدد الرسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الأول ب DA		45	
المبلغ حسب العرض الثاني ب DA			90

2) x يعبر عن عدد الرسائل المرسلة.

y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني.

- عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x.

3) f و g دالتان حيث: $f(x)=3x$ و $g(x)=1.5x+30$.

مثل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث:

(1 cm على محور الفواصل يمثل 5 رسائل SMS و 1 cm على محور التراتيب يمثل 10 DA)

4) يريد الأخوان زينب و كريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة. في رصيد كريم 120 DA و يريد تهنئة اكبر عدد ممكن من الأشخاص. أما زينب تريد تهنئة زميلاتها في الدراسة و عددهن 15.

- بقراءة بيانية، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشرح)

BEM 2014

حل المسألة 6.5

1) إتمام الجدول:

عدد الرسائل (SMS)	10	15	40
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA	30	45	120
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA	45	52.5	90

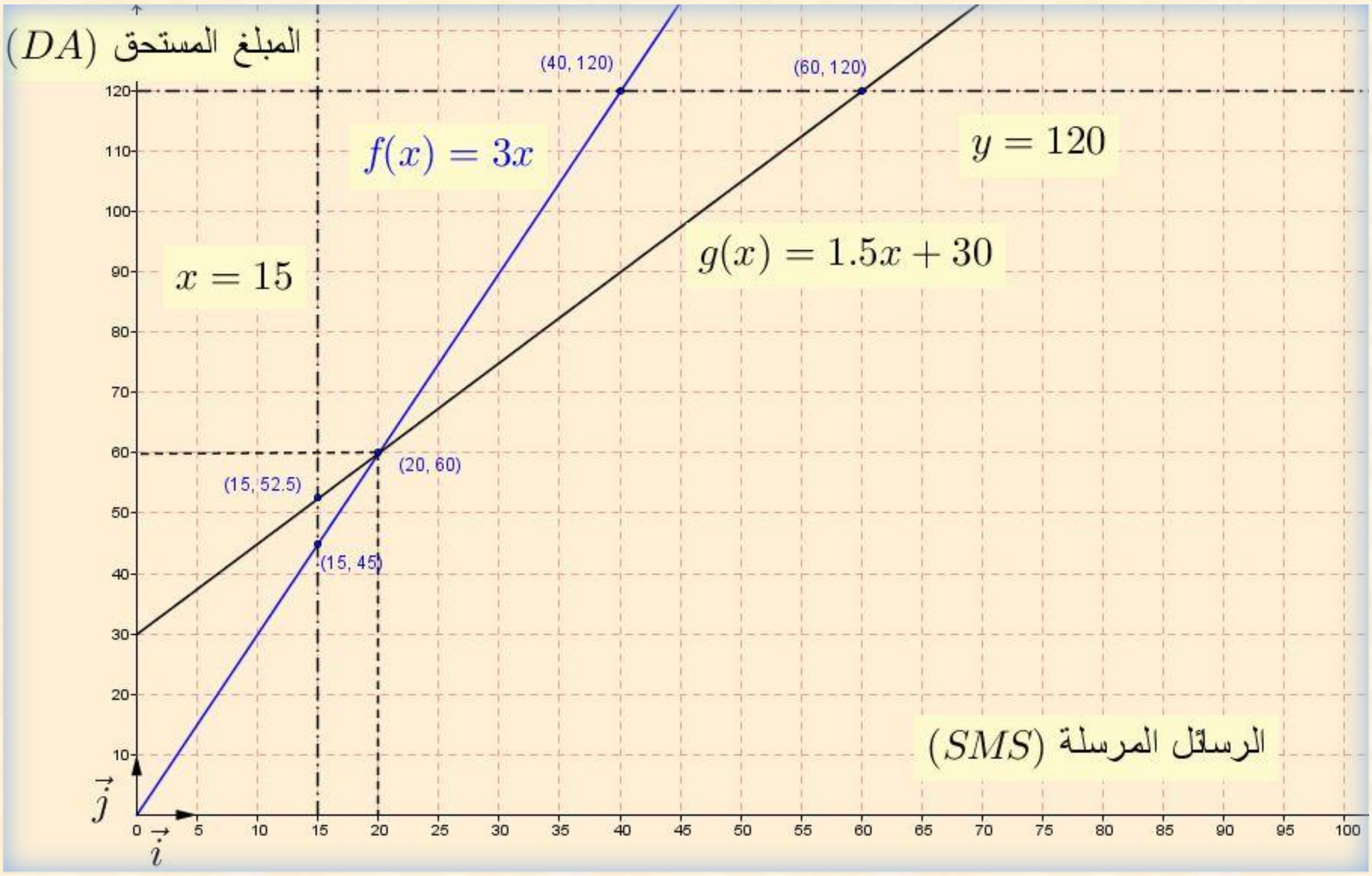
2) التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x. لدينا:

$$y_1 = 3x$$

و

$$y_2 = 1.5x + 30$$

3) التمثيل البياني



الدالة f خطية تمثيلها البياني يشمل المبدأ و النقطة مثلا: $(10;30)$.

الدالة g تالفية تمثيلها البياني يشمل النقطتين مثلا: $(0;30)$ و $(40;90)$.

4) بقراءة بيانية نلاحظ أن:

- العرض المناسب لكريم هو العرض الثاني لان المستقيم الذي معادلته $y = 120$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في النقطة التي فاصلتها 40 بينما يقطع التمثيل البياني للدالة g في النقطة التي فاصلتها 60 أي عدد الرسائل بالعرض الثاني اكبر منه بالعرض الأول.
- العرض المناسب لزينب هو العرض الأول لان المستقيم الذي معادلته $x = 15$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في نقطة ترتيبها اصغر من ترتيب نقطة تقاطعه مع التمثيل البياني للدالة g أي بالعرض الأول فان 15 رسالة اقل تكلفة من العرض الثاني.

ملاحظة : يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين و التي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين.

■

المسألة 7.5

لإقامة حفل زفاف قررت عائلة كراء سيارة فاخرة فاتصل الأب محمد بثلاث وكالات فقدموا له عروضا حسب المعطيات التالية

عرض الوكالة الأولى: دفع مبلغ 4000 DA لليوم الواحد.

عرض الوكالة الثانية : دفع مبلغ 3000 DA لليوم الواحد يضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره 1000 DA.

عرض الوكالة الثالثة : دفع مبلغ 16000 DA لمدة لا تتعدى أسبوعا واحدا.

فاستنجد الأب محمد بابنه سمير الذي يدرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب و الأقل تكلفة.

لو كنت في مكان الابن سمير ساعد الأب محمد في:

1) اختيار العرض الأنسب و الأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة 7 أيام.

2) x عدد الأيام التي يستغل فيها الأب محمد السيارة.

أ) عبر، بدلالة x، عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ و عن العرض الثاني بالدالة $g(x)$ و عن العرض الثالث بالدالة $h(x)$.

ب) مثل بيانيا في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الدوال f، g و h.

(حيث كل 2 cm من محور الفواصل يمثل يوما واحدا و كل 1 cm من محور التراتيب يمثل 2000 DA)

3) اعتمادا على البيان أملا الجدول الأتي:

الايام / العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

4) ا) حل المعادلات الآتية لإيجاد x عدد الأيام المستغلة من طرف الأب محمد:

$f(x)=g(x)$ ، $f(x)=h(x)$ ، $g(x)=h(x)$

ب) ماذا يمثل حل كل معادلة ؟

BEM 2013

حل المسألة 7.5

1) اختيار العرض المناسب لمدة أسبوع :

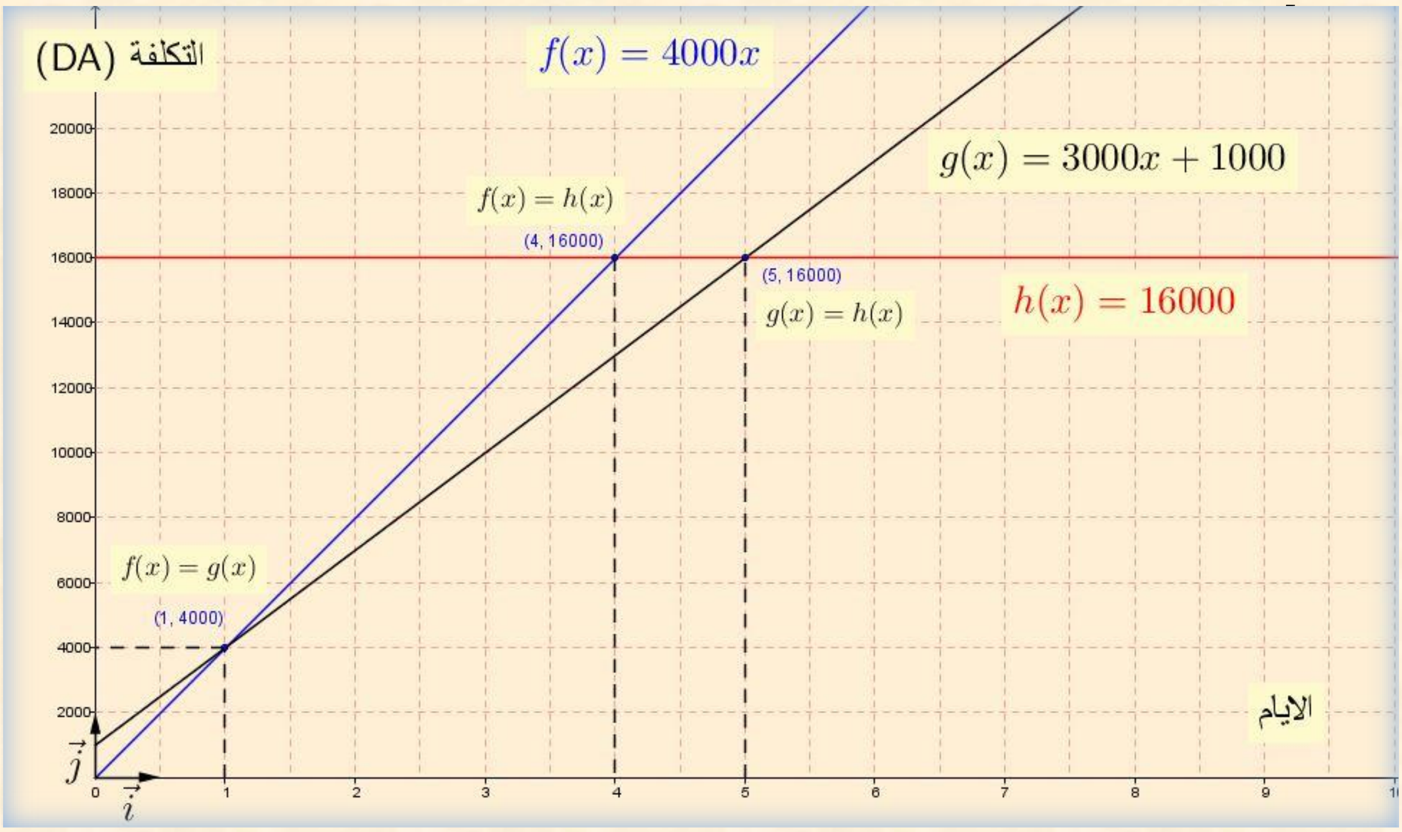
- عرض الوكالة الأولى: $4000\times 7=28000$ DA
- عرض الوكالة الثانية : $3000\times 7+1000=21000+1000=22000$ DA
- عرض الوكالة الثالثة : 16000 DA

إذن العرض الأقل تكلفة لمدة أسبوع هو عرض الوكالة الثالثة.

2) نعبر عن $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة x. لدينا:

$h(x)=16000$ و $g(x)=3000x+1000$ و $f(x)=4000x$

- التمثيل البياني :



3) ملء الجدول من البيان

اليوم الخامس	اليوم الرابع	اليوم الأول	الأيام / العروض
20000	16000	4000	العرض 1
16000	13000	4000	العرض 2
16000	16000	16000	العرض 3

4) حل المعادلات:

- حل المعادلة: $f(x)=g(x)$

معناه

$$\begin{aligned} 4000x &= 3000x+1000 \\ 4000x-3000x &= 1000 \\ 1000x &= 1000 \\ x &= \frac{1000}{1000}=1 \end{aligned}$$

و منه حل المعادلة $f(x)=g(x)$ هو $\boxed{x=1}$.

- حل المعادلة : $f(x)=h(x)$

معناه :

$$\begin{aligned} 4000x &= 16000 \\ x &= \frac{16000}{4000} = 4 \end{aligned}$$

و منه حل المعادلة $f(x)=h(x)$ هو $\boxed{x=4}$.

- حل المعادلة : $g(x)=h(x)$

معناه :

$$\begin{aligned} 3000x+1000 &= 16000 \\ 3000x &= 16000-1000 \\ 3000x &= 15000 \\ x &= \frac{15000}{3000} = 5 \end{aligned}$$

و منه حل المعادلة $g(x)=h(x)$ هو $\boxed{x=5}$.

و عليه :

- في اليوم الأول يتساوى العرض الأول مع العرض الثاني
- في اليوم الرابع يتساوى العرض الأول مع العرض الثالث
- في اليوم الخامس يتساوى العرض الثاني مع العرض الثالث.

■

المسألة 8.5

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة:

الصيغة الأولى : ثمن الجريدة 10 DA.

الصيغة الثانية : ثمن الجريدة 8 DA مع اشتراك سنوي قدره 500 DA.

1) انقل و اتمم الجدول:

عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصيغة الأولى ب DA		1000	
مبلغ الصيغة الثانية ب DA			3300

2) ليكن x عدد الجرائد المشتراة.

نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية.

- عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

3) مثل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث:
2 cm على محور الفواصل يمثل 50 جريدة و 2 cm على محور التراتيب يمثل 500 DA.

4) حل المعادلة $f(x)=g(x)$ و ماذا يمثل الحل؟

5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين:

- عند اقتناء 150 جريدة.
- عند اقتناء 270 جريدة.

BEM 2012

حل المسألة 8.5

1) إتمام الجدول:

عدد الجرائد المشتراة	50	100	350
مبلغ الصيغة الأولى ب DA	500	1000	3500
مبلغ الصيغة الثانية ب DA	900	1300	3300

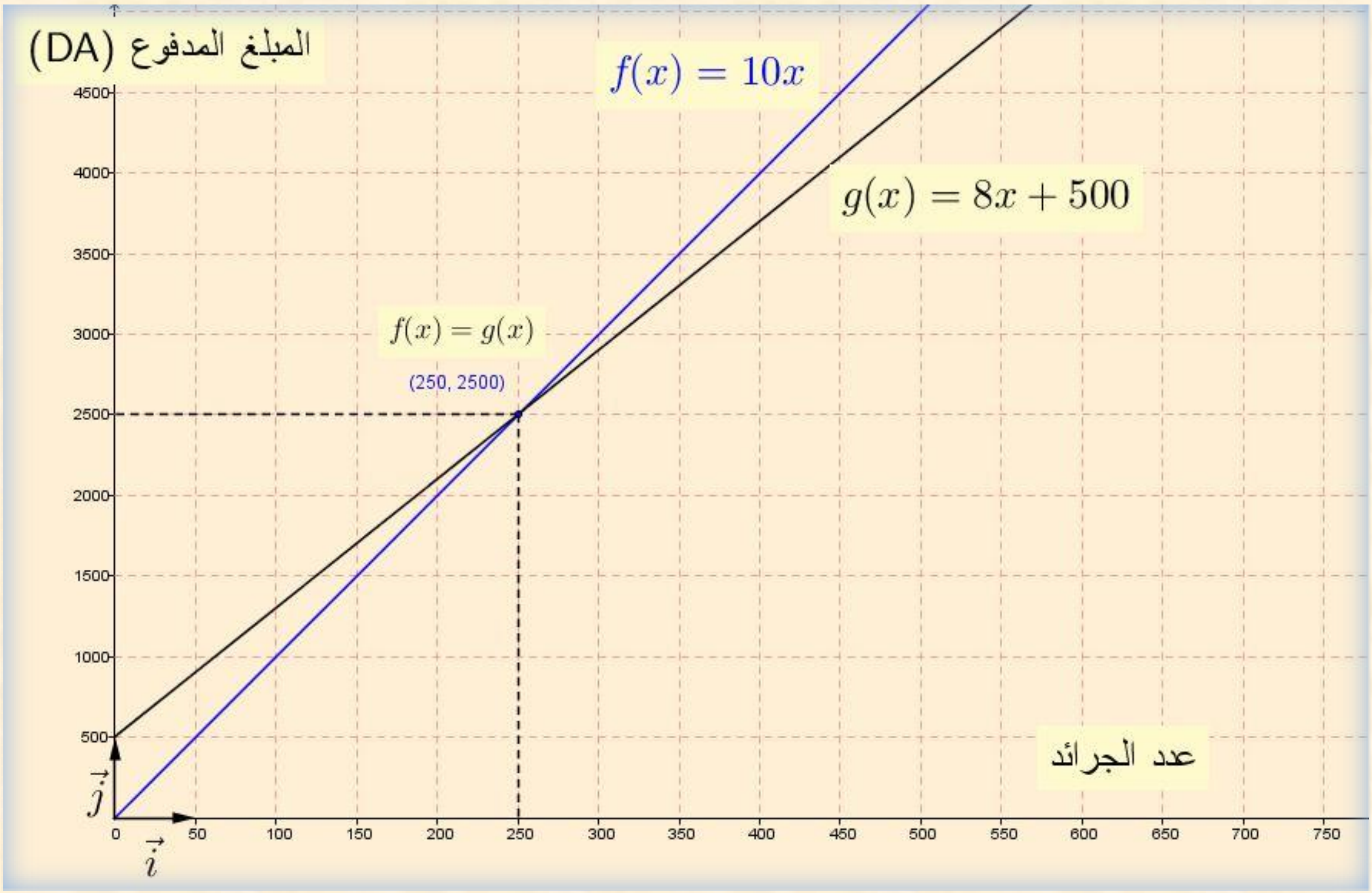
2) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x. لدينا:

$$f(x)=10x$$

و

$$g(x)=8x+500$$

3) التمثيل البياني



4) حل المعادلة $f(x) = g(x)$. لدينا :

$$\begin{aligned} 10x &= 8x + 500 \\ 2x &= 500 \\ x &= 250 \end{aligned}$$

يمثل الحل نقطة تقاطع المنحنيين و يمثل عدد الجرائد المشتراة بالصيغتين معا.

5) تحديد الصيغة الأفضل :

أ) حساب ثمن 150 جريدة بالصيغة الأولى: $f(150) = 10 \times 150 = 1500$

- حساب ثمن 150 جريدة بالصيغة الثانية: $g(150) = 8 \times 150 + 500 = 1700$

إذن الصيغة الأولى هي الأفضل لاقتناء 150 جريدة.

ب) حساب ثمن 270 جريدة بالصيغة الأولى: $f(270) = 10 \times 270 = 2700$

- حساب ثمن 270 جريدة بالصيغة الثانية: $g(270) = 8 \times 270 + 500 = 2660$

نقول أن الصيغة الثانية هي الأفضل لاقتناء 270 جريدة.

ملاحظة : يمكن استعمال المنحني البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

■

المسألة 9.5

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية:

الصيغة (ا) : دفع 11 دينارا للدقيقة.

الصيغة (ب) : دفع 600 دينار اشتراكا و 5 دنانير للدقيقة.

الصيغة (ج) : دفع 1200 دينار اشتراكا و 3 دنانير للدقيقة.

1) احسب تكلفة المكالمات التي مدتها 100 دقيقة في كل من الصيغ الثلاث.

2) y يمثل الكلفة بالدنانير و x يمثل المدة بالدقائق.

- اكتب y بدلالة x في كل من الصيغ الثلاث. و في نفس المعلم مثل بيانيا الصيغ الثلاث و استنتج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) اقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1 cm تمثل 50 دقيقة على محور الفواصل و 1 cm تمثل 200 DA على محور التراتيب).

BEM 2011

حل المسألة 9.5

1) حساب تكلفة المكالمات التي مدتها100 دقيقة في كل من:

- الصيغة (ا) : $c_1 = 11 \times 100 = 1100 \text{ DA}$
- الصيغة (ب) : $c_2 = 600 + 5 \times 100 = 2100 \text{ DA}$
- الصيغة (ج) : $c_3 = 1200 + 3 \times 100 = 1500 \text{ DA}$

2) y يمثل الكلفة بالدنانير و x يمثل المدة بالدقائق.

➢ كتابة الكلفة y بدلالة المدة الزمنية x في كل من:

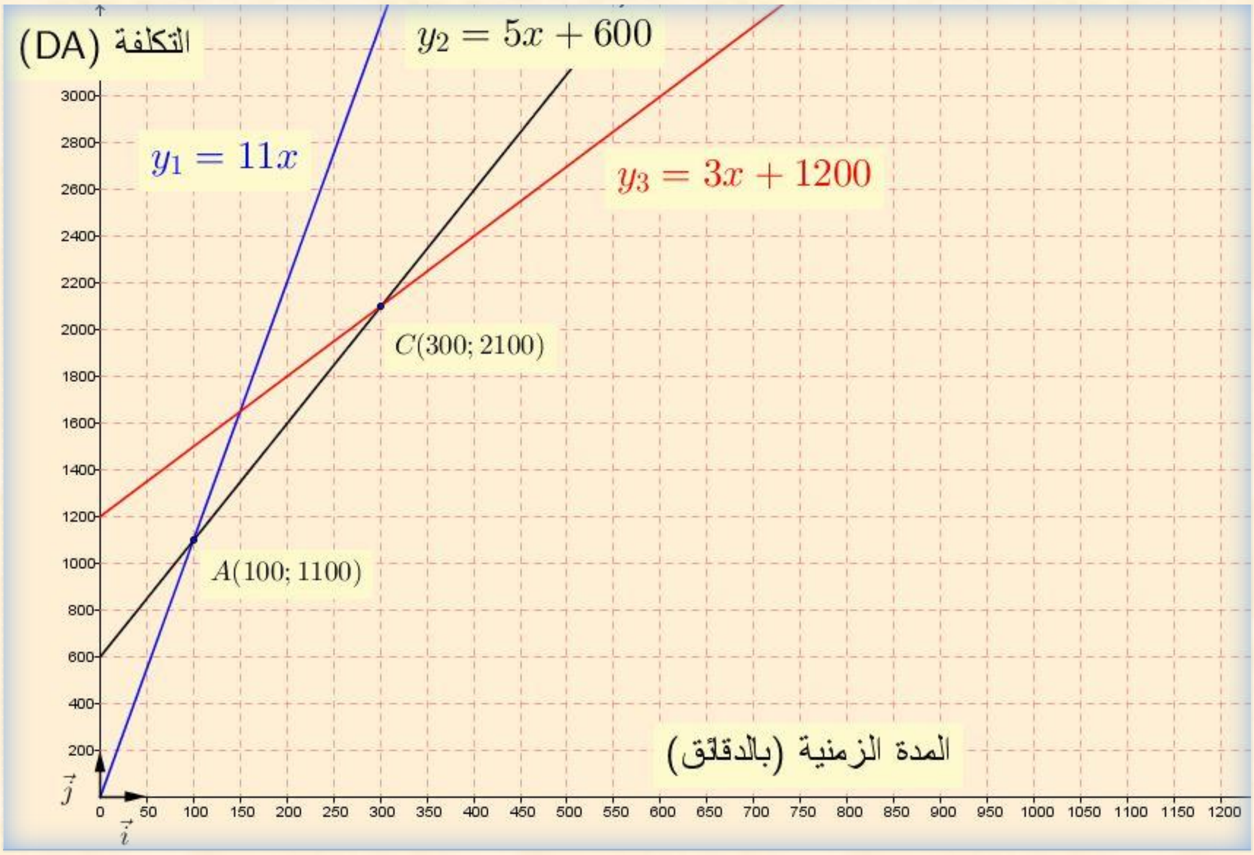
- الصيغة (ا) : $y = 11x$
- الصيغة (ب) : $y = 5x + 600$
- الصيغة (ج) : $y = 3x + 1200$

➢ التمثيل البياني:

على محور الفواصل: $1 \text{ cm} \to 50 \text{ min}$

على محور التراتيب: $1 \text{ cm} \to 200 \text{ DA}$

الصيغة	إحداثيات النقطة x	إحداثيات النقطة y
(ا)	0	0
	100	1100
(ب)	0	600
	100	1100
(ج)	0	1200
	100	1500



➢ الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) اقل تكلفة هي من100 إلى 300 دقيقة و نستنتجها من البيان لدينا :

من جهة

$$\begin{cases} y = 11x \\ y = 5x + 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11x = 5x + 600 \\ y = 11x \end{cases}$$

و عليه

$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 1100 \end{cases}$$

و من جهة أخرى

$$\begin{cases} y = 5x + 600 \\ y = 3x + 1200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 600 = 3x + 1200 \\ y = 5x + 600 \end{cases}$$

و عليه

$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 2100 \end{cases}$$

■