Amine Zeddoune

ملخّص شامل

لدرس ثُنائي القُطب R.L

يوم 12 جانفي 2020

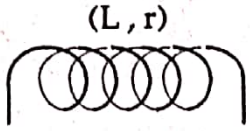
من السّاعة 09h إلى 13h

تحت إشراف الأستاذ: زدّون محمّد الأمين

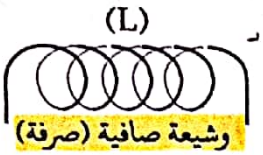
@physique_chimie
@zeddoun2020
Amine Zeddoune
الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner

1/ الوشيعة



وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الدّاخلية r



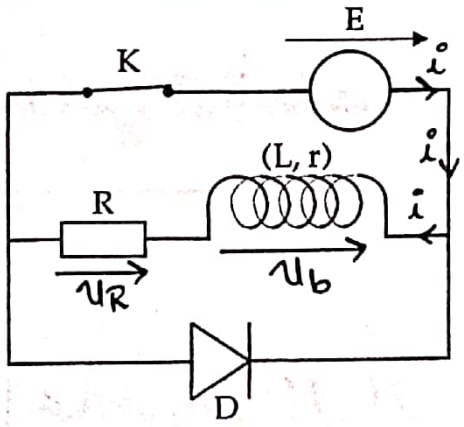
وشيعة صافية (صرفة)

وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها مهملة (r=0)

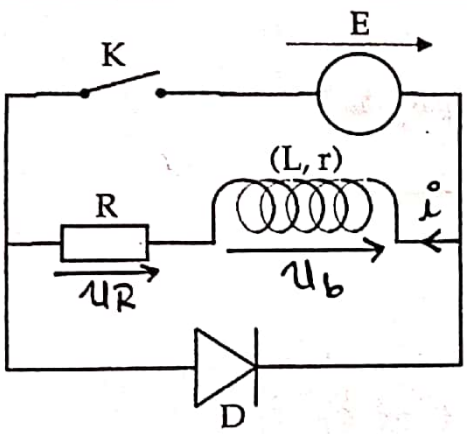
1 من العوامل التي تتحكم في ذاتيّة الوشيعة L هي طولها، عدد لفّاتها و وجود نواة حديدية بداخلها.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

2/ رسم دارّة ثنائي القطب R.L أثناء ظهور التيّار (غلق القاطعة) أو انقطاع التيّار (فتح القاطعة)



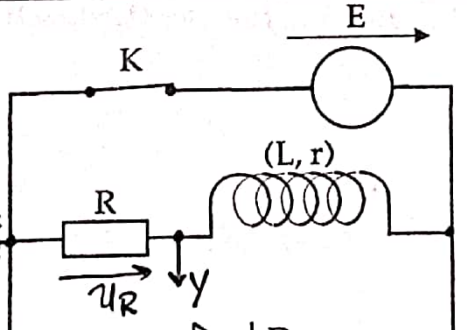
1 غلق القاطعة K



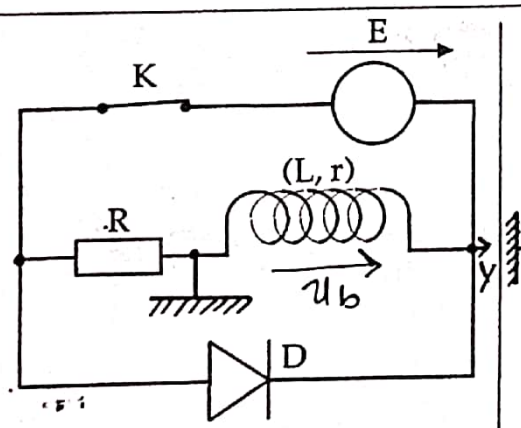
2 فتح القاطعة K

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

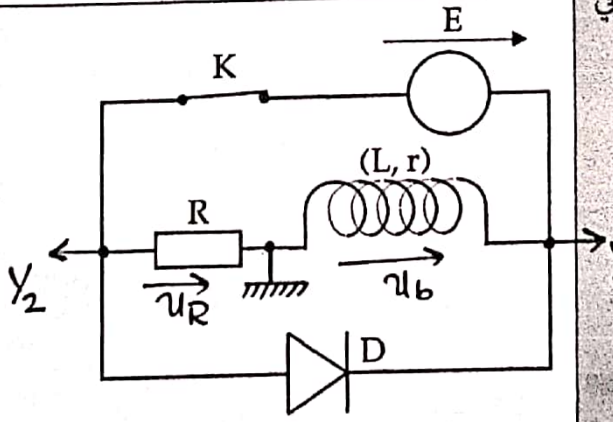
3/ كيف أربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة بيانات التوترات بين طرفي الوشيعة U_b أو النّاقل الأومي U_R ؟



$U_R = f(t)$



$U_b = f(t)$



$U_b, U_R = f(t)$

Scanned by CamScanner

حالات للاشتقاق:

1

$$\frac{d(\text{ثابت})}{dt} = 0$$

2

$$\frac{d(\text{متغير} \times \text{ثابت})}{dt} = \text{ثابت} \times \frac{d(\text{متغير})}{dt}$$

3

$$\frac{d}{dt}(\text{متغير} - \text{ثابت}) = \frac{d}{dt}(\text{ثابت}) - \frac{d}{dt}(\text{متغير})$$

$$\frac{d}{dt}(\text{ثابت}) = 0$$

$$= -\frac{d}{dt}(\text{متغير})$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner

4/ العبارات الزّمنيّة (حلول المعادلات التّفاضليّة)

$i(t)$, $U_b(t)$, $U_R(t)$

-حالة غلق القاطعة-

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$$1\ \ i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$

$$2\ \ U_b(t) = L.\frac{di(t)}{dt} + r.i(t) \overset{01ع}{=} R.I_0.e^{-t/\tau} + r.I_0$$

$$3\ \ U_R(t) = R.i(t) \overset{02ع}{=} R.I_0.(1 - e^{-t/\tau})$$

قيم متغيّرة	$i(t)$	شدّة التيّار الكهربائي في اللّحظة t.(بوحدة الأمبير A)
	$U_b(t)$	التوتر بين طرفي الوشيعة في اللّحظة t.(بوحدة الفولط V)
	$U_R(t)$	التوتّر بين طرفي النّاقل الأومي في اللّحظة t.(بوحدة الفولط V)
قيم ثابتة	R	مقاومة النّاقل الأومي.(بوحدة الأوم Ω)
	r	مقاومة الوشيعة الدّاخليّة.(بوحدة الأوم Ω)
	L	ذاتيّة الوشيعة.(بوحدة الهنري H)
	I_0	شدّة التيّار الأعظمي (في النّظام الدّائم): (بوحدة الأمبير A) $I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{R_T}$
	τ	ثابت الزّمن، الزّمن اللازم لظهور 63% من التيّار الأعظمي I_0. $\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_T}$ (بوحدة الثّانية s)
	E	القوّة المحرّكة للمولّد.(بوحدة الفولط V)

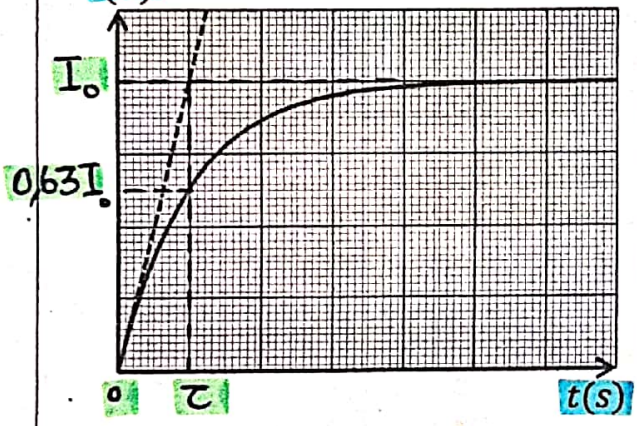
5/ بيانات العبارات الزمنيّة السّابقة (حلول المعادلات التّفاضليّة)

$i(t)$, $U_b(t)$, $U_R(t)$

-حالة غلق القاطعة-

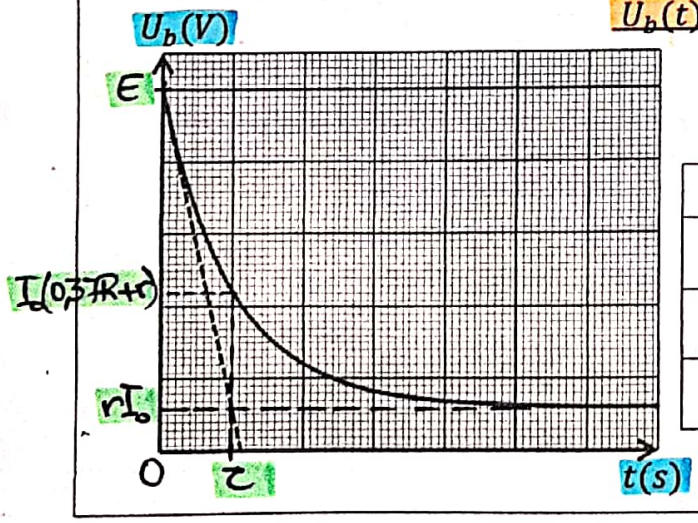
الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$$1\ \ i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$



t	i
0	0
τ	$0,63I_0$
∞	I_0

$$2\ \ U_b(t) = R.I_0.e^{-t/\tau} + r.I_0$$



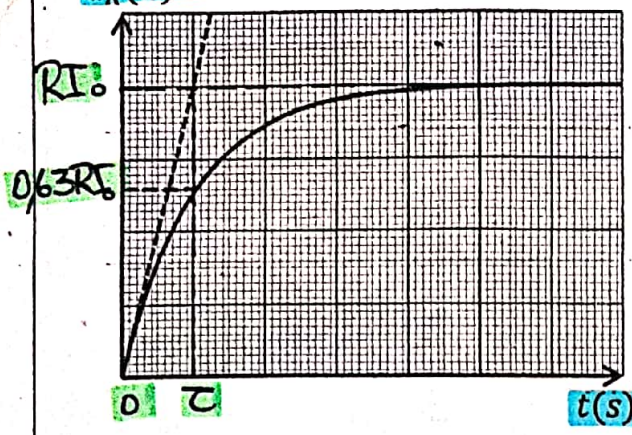
t	U_b
0	$I_0(R+r) = E$
τ	$I_0(0,37R+r)$
∞	rI_0

Scanned by CamScanner

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$U_R(V)$

$U_R(t) = R.I_0.(1-e^{-t/\tau})$ 3



t	U_R
0	0
τ	$0,37RI_0$
∞	RI_0

6/ المعادلات التّفاضلية في ثنائي القطب R.L

$i(t)$, $U_b(t)$, $U_R(t)$

-حالة غلق القاطعة-

1 $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}.i=\frac{E}{L}$ 03ؤ

2 $\frac{dU_b}{dt}+\frac{(R+r)}{L}.U_b=\frac{r.E}{L}$ 04ؤ

3 $\frac{dU_R}{dt}+\frac{(R+r)}{L}.U_R=\frac{R.E}{L}$ 05ؤ

7/ العبارة الزّمنيّة للطّاقة المخزّنة في الوشيعة $E_b(t)$

-حالة غلق القاطعة-

$E_b(t)=\frac{1}{2}.L.i^2(t)$

$E_b(t)=\boxed{\frac{1}{2}.L.I_0^2}.(1-e^{-t/\tau})^2$

$E_b(t)=E_{b\,max}.(1-e^{-t/\tau})^2$

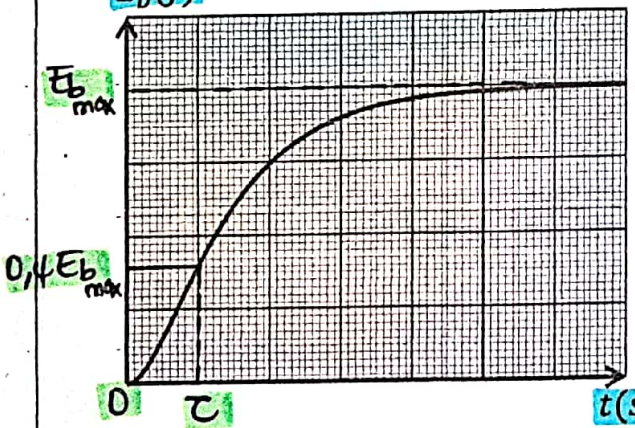
$E_b(t)$	الطاقة المخزّنة في اللّحظة t (بوحدة الجول J)
$E_{b\,max}$	الطاقة المخزّنة الأعظميّة (بوحدة الجول J)

8/ بيان الطّاقة المخزّنة في الوشيعة $E_b(t)$

-حالة غلق القاطعة-

$E_b(t)=E_{b\,max}.(1-e^{-t/\tau})^2$

$E_b(J)$



t	E_b
0	0
τ	$0,4\,E_{bmax}$
∞	$E_{b\,max}$

⚠ عند غلق القاطعة، الوشيعة تخزّن طاقتها في شكل طاقة مغناطيسية.

9/ تحويلات مهمّة

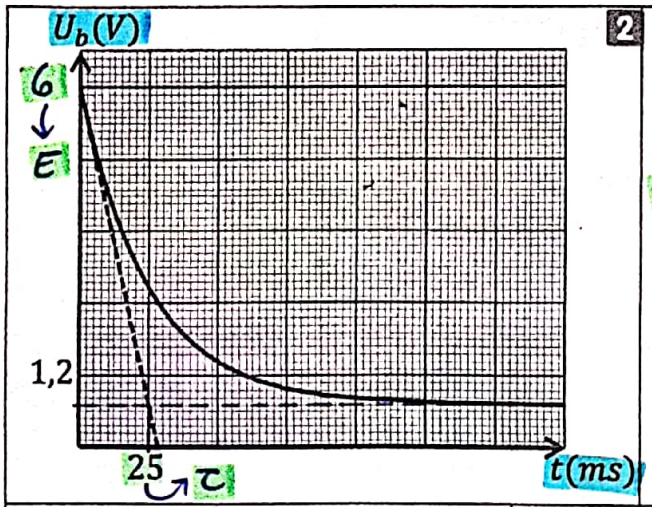
$mH \xrightarrow{\times 10^{-3}} H$

$\mu H \xrightarrow{\times 10^{-6}} H$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

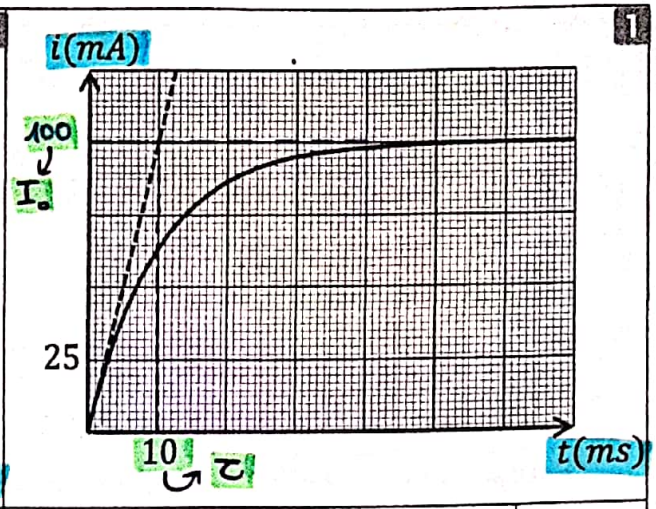
Scanned by CamScanner

2



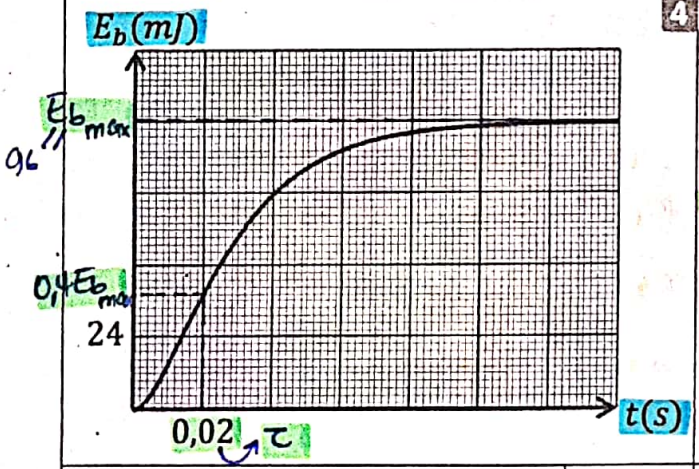
6V	E	
0,3A	I_0	
25ms = $2,5\times10^{-2}$s	τ	
15Ω	R	
$I_0=\frac{E}{R+r} \Rightarrow r=\frac{E}{I_0}-R=5\Omega$	r	
$L=\tau(R+r)=0,5H$	L	
$E_{bmax}=\frac{1}{2}L.I_0^2=2,25\times10^{-2}J$	$E_{b\,max}$	

1



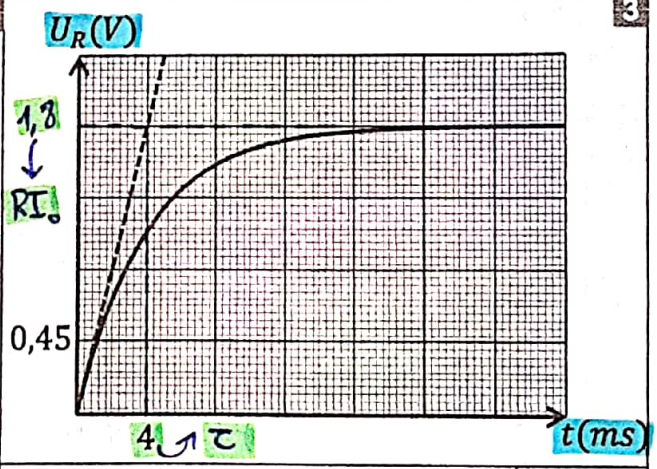
10V	E	
100mA = 0,1A.	I_0	
10ms = 0,01s	τ	
90Ω	R	
$I_0=\frac{E}{R+r} \Rightarrow r=\frac{E}{I_0}-R=10\Omega$	r	
$\tau=\frac{L}{R+r} \Rightarrow L=\tau(R+r)=1H$	L	
$E_{bmax}=\frac{1}{2}L.I_0^2=5\times10^{-3}J=5mJ$	$E_{b\,max}$	

4



$E=I_0(R+r)=48V$	E	
0,2A	I_0	
0,02s	τ	
$R=\frac{L}{\tau}-r=230\Omega$	R	
10Ω	r	
$L=\frac{2E_{bmax}}{I_0^2}=4,8H$	L	
96mJ = $9,6\times10^{-2}J$	$E_{b\,max}$	

3



$I_0=\frac{E}{R+r} \Rightarrow E=I_0(R+r)=2V$	E	
$RI_0=1,8 \Rightarrow I_0=\frac{1,8}{R}=1,8\times10^{-2}A$	I_0	
4ms = 4×10^{-3}s	τ	
100Ω	R	
$r=\frac{L}{\tau}-R=10\Omega$	r	
$L=\frac{2E_{bmax}}{I_0^2}=0,44H$	L	
$7,128\times10^{-5}$J	$E_{b\,max}$	

Scanned by CamScanner

10/ العبارات الزّمنيّة (حلول المعادلات التّفاضليّة)

$i(t)$, $U_b(t)$, $U_R(t)$

-حالة فتح القاطعة-

1 $i(t) = I_0 . e^{-t/\tau}$

2 $U_b(t) = L.\frac{di(t)}{dt} + r.i(t) = -R.I_0.e^{-t/\tau}$

3 $U_R(t) = R.i(t) = R.I_0.e^{-t/\tau}$

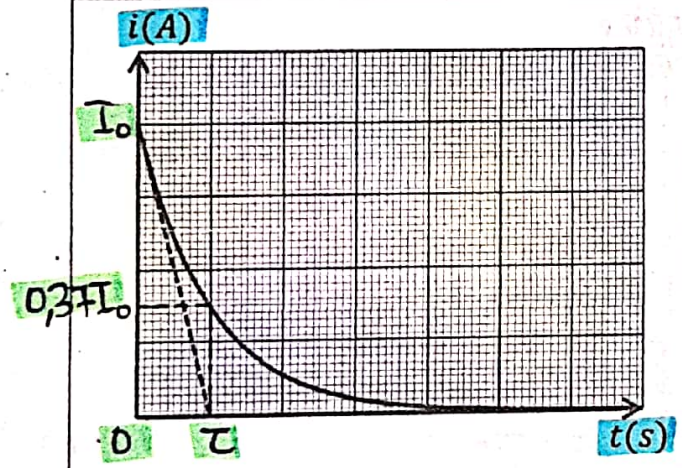
متغيرة	$i(t)$	شدّة التيّار الكهربائي في اللّحظة t.(بوحدة الأمبير A)
	$U_b(t)$	التوتر بين طرفي الوشيعة في اللّحظة t.(بوحدة الفولط V)
	$U_R(t)$	التوتّر بين طرفي النّاقل الأومي في اللّحظة t.(بوحدة الفولط V)
ثابتة	R	مقاومة النّاقل الأومي.(بوحدة الأوم Ω)
	r	مقاومة الوشيعة الدّاخليّة.(بوحدة الأوم Ω)
	L	ذاتيّة الوشيعة.(بوحدة الهنري H)
	I_0	شدّة التيّار الأعظمي (في النّظام الدّائم): (بوحدة الأمبير A) $I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{R_T}$
	τ	ثابت الزّمن، الزّمن اللازم لظهور 63% من التيّار الأعظمي I_0. $\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_T}$ (بوحدة الثّانية s)
	E	القوّة المحرّكة للمولّد.(بوحدة الفولط V)

11/ بيانات العبارات الزمنيّة السّابقة (حلول المعادلات التّفاضليّة)

$i(t)$, $U_b(t)$, $U_R(t)$

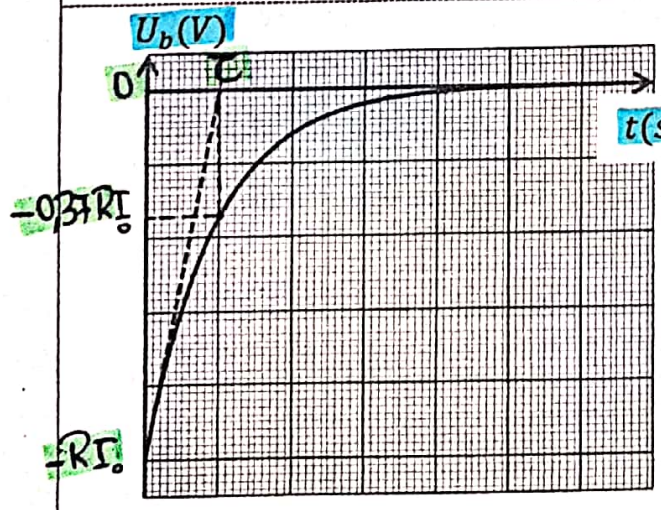
-حالة فتح القاطعة-

1 $i(t) = I_0 . e^{-t/\tau}$



t	i
0	I_0
τ	$0,37I_0$
∞	0

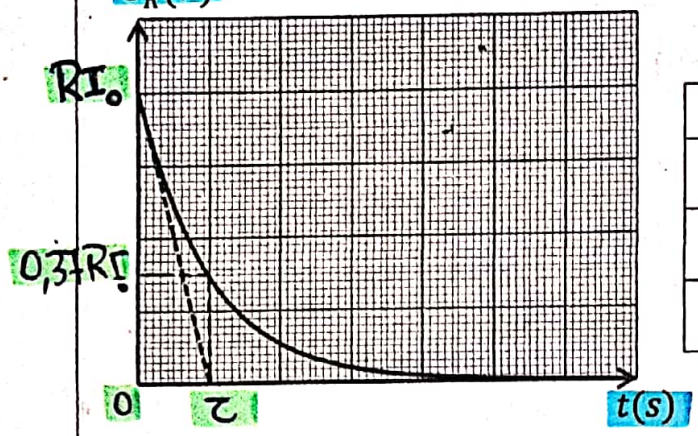
2 $U_b(t) = -R.I_0.e^{-t/\tau}$



t	U_b
0	$-RI_0$
τ	$-0,37RI_0$
∞	0

Scanned by CamScanner

$U_R(V)$



$U_R(t) = R.I_0.e^{-t/\tau}$ 3

t	U_R
0	RI_0
τ	$0,37RI_0$
∞	0

/12 المعادلات التّفاضلية في ثنائي القطب R.L

$i(t)$, $U_b(t)$, $U_R(t)$

-حالة فتح القاطعة-

1 $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}.i = 0$ 08؟

2 $\frac{dU_b}{dt} + \frac{(R+r)}{L}.U_b = 0$ 09؟

3 $\frac{dU_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L}.U_R = 0$ 10؟

/13 العبارة الزّمنيّة للطّاقة المخزّنة في الوشيعة $E_b(t)$

-حالة فتح القاطعة-

$E_b(t) = \frac{1}{2}.L.i^2(t)$

$E_b(t) = \boxed{\frac{1}{2}.L.I_0^2}.(e^{-t/\tau})^2$

$E_b(t) = E_{b\,max}.e^{-2.t/\tau}$

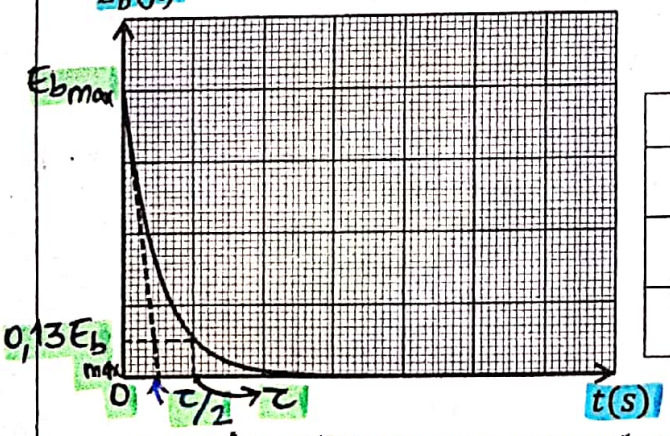
$E_b(t)$	الطاقة المخزّنة في اللّحظة t (بوحدة الجول)
$E_{b\,max}$	الطاقة المخزّنة الأعظميّة (بوحدة الجول)

/14 بيان الطّاقة المخزّنة في الوشيعة $E_b(t)$

-حالة فتح القاطعة-

$E_b(t) = E_{b\,max}.e^{-2.t/\tau}$

$E_b(J)$

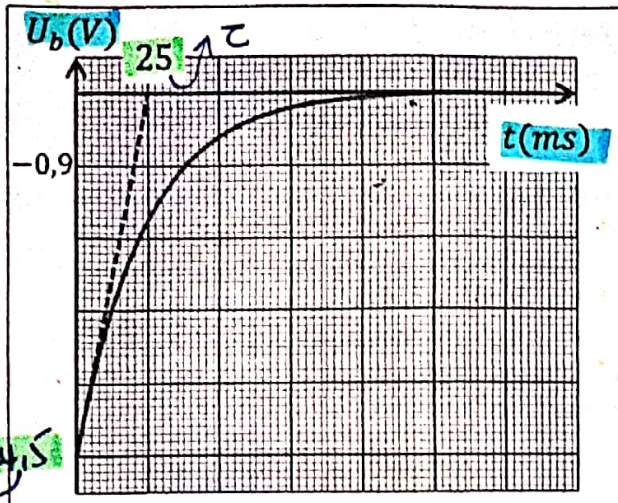


t	E_b
0	E_{bmax}
τ	$0,13E_{b\,max}$
∞	0

⚠ عند فتح القاطعة، الطّاقة المخزّنة في الوشيعة تستهلك في النّواقل الأوميّة على شكل حرارة.

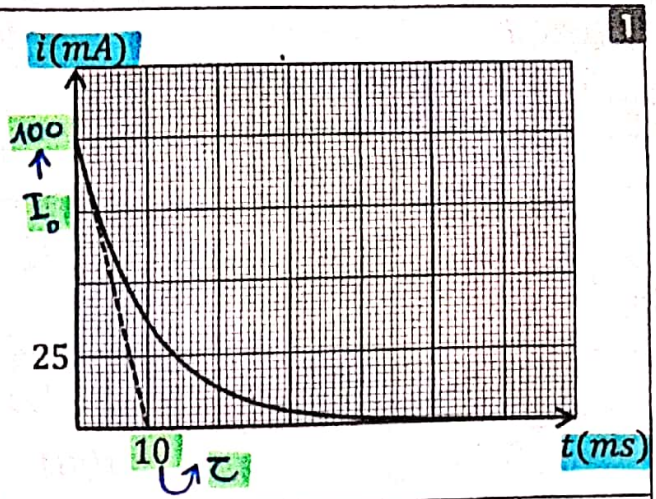
Scanned by CamScanner

2



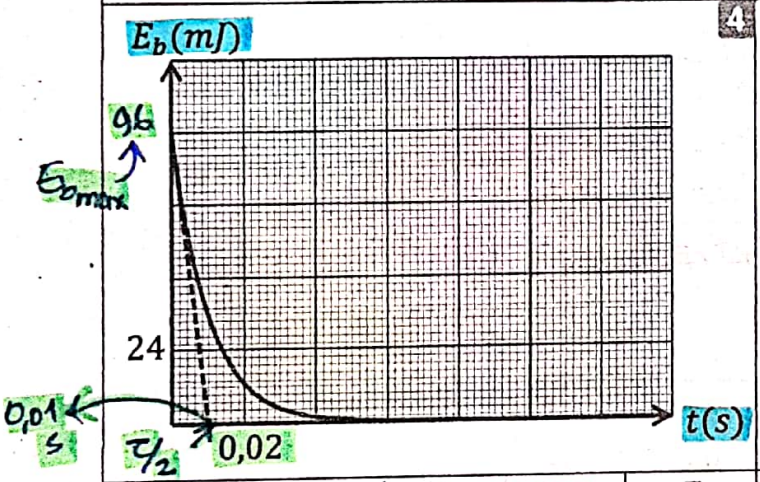
$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = I_0(R+r) = 6V$	E
0,3A	I_0
25ms = $2,5\times10^{-2}$s	τ
$RI_0 = 4,5 \Rightarrow R = \frac{4,5}{0,3} = 15\Omega$	R
5Ω	r
$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) = 0,5H$	L
$E_{bmax} = \frac{1}{2}L.I_0^2 = 2,25\times10^{-2}J$	$E_{b\,max}$

1



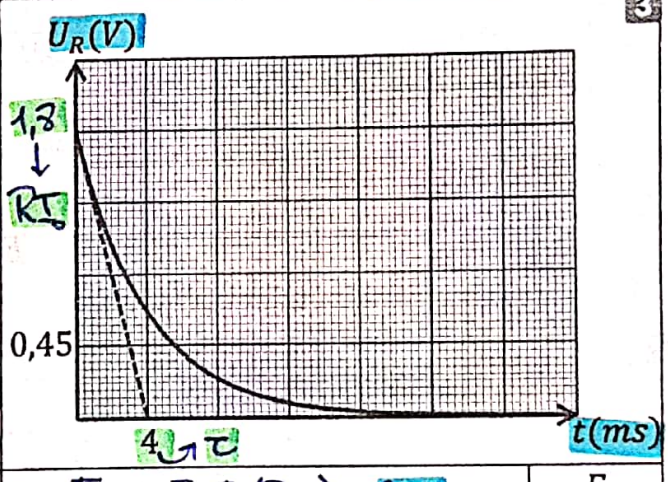
10V	E
100mA = 0,1A	I_0
10 ms = 0,01s	τ
90Ω	R
$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R = 10\Omega$	r
$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) = 1H$	L
$E_{bmax} = \frac{1}{2}L.I_0^2 = 5\times10^{-3}J = 5mJ$	$E_{b\,max}$

4



$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = I_0(R+r) = 4,8V$	E
0,2A	I_0
$\frac{\tau}{2} = 0,01 \Rightarrow \tau = 0,02s$	τ
$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow R = \frac{L}{\tau} - r = 230\Omega$	R
10Ω	r
$L = \frac{2E_{bmax}}{I_0^2} = 4,8H$	L
96mJ = $9,6\times10^{-2}$J	$E_{b\,max}$

3



$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = I_0(R+r) = 2V$	E
$RI_0 = 1,8 \Rightarrow I_0 = \frac{1,8}{R} = 1,8\times10^{-2}A$	I_0
4ms = 4×10^{-3}s	τ
100Ω	R
$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow r = \frac{L}{\tau} - R = 10\Omega$	r
$L = \frac{2E_{bmax}}{I_0^2} = 0,44H$	L
$7,128\times10^{-5}$J	$E_{b\,max}$

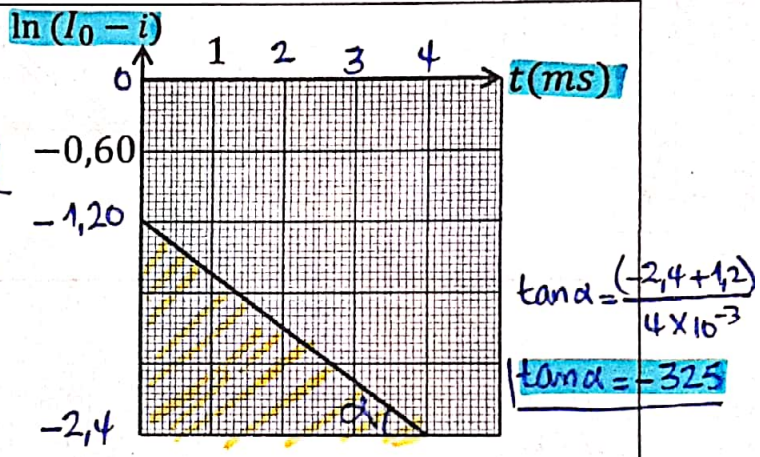
Scanned by CamScanner

ملحق (1) خاصّ بإيجاد ثوابت حلول المعادلة التّفاضليّة

-حالة غلق القاطعة-	-حالة فتح القاطعة-
يُعطى حل المعادلة التّفاضلية بدلالة التيّار $i(t)$ كالتّالي: $i(t) = Ae^{-\alpha.t} + B$ أوجد عبارة كلّ من A، α و B	يُعطى حل المعادلة التّفاضلية بدلالة التوتر كالتّالي: $U_R(t) = A.e^{\frac{1}{\alpha}t}$ أوجد عبارة كلّ من A و α

ملحق (2) خاصّ بإيجاد علاقات بعض البيانات

-حالة غلق القاطعة-



1- أوجد العبارة الرّياضية ثم النظريّة للبيان

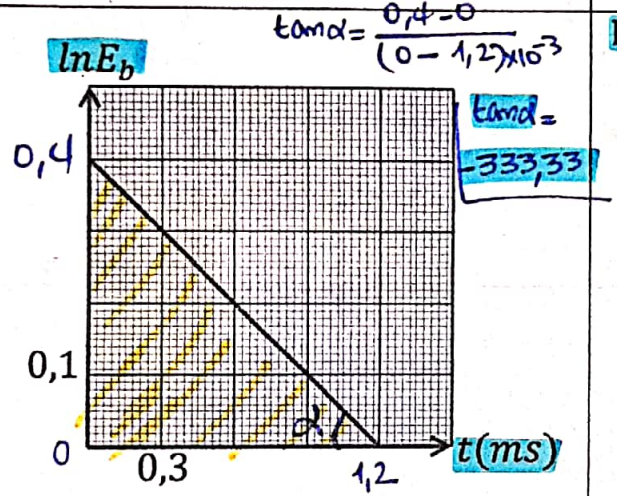
$\ln(I_0 - i) = f(t)$

2- بالمطابقة أوجد:

أ- ثابت الزمن τ

ب- شدّة التيّار الأعظمي I_0

-حالة فتح القاطعة-



1- أوجد العبارة الرّياضية ثم النظريّة للبيان

$\ln E_b = f(t)$

2- بالمطابقة أوجد:

أ- ثابت الزمن τ

ب- الطّاقة الأعظميّة المخزّنة في الوشيعة $E_{b\,max}$

ملحق (3) خاصّ بالتّحليل البعدي

- بيّن بالتّحليل البعدي أنّ τ متجانس مع الزّمن (وحدته الثّانية (s)).

Scanned by CamScanner

؟01 لدينا:

$$\begin{cases} u_b(t) = L\cdot\frac{di(t)}{dt} + r\cdot i(t) \\ i(t) = I_0(1-e^{-t/\tau}) \end{cases}$$

$$i(t) = I_0 - I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

بالتعويض في عبارة $u_b(t)$:

$$u_b(t) = L\cdot\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + r\cdot(I_0 - I_0 e^{-t/\tau})$$

$$\Rightarrow u_b(t) = L\cdot\frac{I_0}{\tau}\cdot e^{-t/\tau} + rI_0 - rI_0 e^{-t/\tau} \quad ; \quad \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\Rightarrow u_b(t) = \not{L}\cdot\frac{I_0}{\frac{\not{L}}{(R+r)}} e^{-t/\tau} + rI_0 - rI_0 e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow u_b(t) = (R+r)I_0 e^{-t/\tau} + rI_0 - rI_0 e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow u_b(t) = RI_0 e^{-t/\tau} + \cancel{rI_0 e^{-t/\tau}} + rI_0 - \cancel{rI_0 e^{-t/\tau}}$$

إذن: $u_b(t) = RI_0 e^{-t/\tau} + rI_0$ (وهو المطلوب)

؟02 لدينا:

$$\begin{cases} u_R(t) = R\cdot i(t) \\ i(t) = I_0(1-e^{-t/\tau}) \end{cases}$$

بالتعويض:

$$u_R(t) = RI_0(1-e^{-t/\tau})$$ (وهو المطلوب)

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner

؟03 1- المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$:

$$u_b + u_R = E$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + r.i + R.i = E$$

$$\Rightarrow \left(L\frac{di}{dt} + (R+r).i = E\right) \times \frac{1}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = \frac{E}{L}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

؟04 2- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_b(t)$:

$$u_b + u_R = E$$

$$\Rightarrow u_b + R.i = E$$

نشتق: واجب حالة الاشتقاق

$$\Rightarrow \frac{du_b}{dt} + R\frac{di}{dt} = 0 \quad ---(1)$$

$$u_b + u_R = E$$

$$\Rightarrow u_R = E - u_b$$

$$\Rightarrow i = \frac{E}{R} - \frac{u_b}{R} \quad ---(3)$$

$$u_b = L\frac{di}{dt} + ri$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{u_b}{L} - \frac{r}{L}i \quad ---(2)$$

لتعويض (2) و (3) في (1):

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$$\Rightarrow \frac{du_b}{dt} + R.\underbrace{\left[\frac{u_b}{L} - \frac{r}{L}\left(\frac{E}{R} - \frac{u_b}{R}\right)\right]}_{\frac{di}{dt}} = 0$$

(i في القوس الكبير)

Scanned by CamScanner

$$\Rightarrow \frac{du_b}{dt} + R\left[\frac{u_b}{L} - \frac{r.E}{RL} + \frac{r.u_b}{R.L}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{du_b}{dt} + \frac{R}{L}u_b - \frac{r.E}{L} + \frac{r}{L}u_b = 0$$

$$\Rightarrow \frac{du_b}{dt} + \frac{R+r}{L}u_b = \frac{r.E}{L}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

---

3) المعادلة التفاضلية بدلالة $u_R(t)$: ن.ق 05

$$u_b + u_R = E$$

$$\Rightarrow \left(L\frac{di}{dt} + r.i + R.i = E\right) \times R$$

$$\begin{cases} u_R = R.i \\ i = \frac{u_R}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow RL\frac{d}{dt}\left(\frac{u_R}{R}\right) + r\underbrace{R.i}_{u_R} + R\underbrace{R.i}_{u_R} = R.E$$

$$\Rightarrow L\frac{du_R}{dt} + r.u_R + R.u_R = R.E$$

$$\Rightarrow \left(L.\frac{du_R}{dt} + (R+r).u_R = R.E\right) \times \frac{1}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}u_R = \frac{R.E}{L}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner

ؤ06

$$\begin{cases} u_b(t) = L\cdot\frac{di}{dt} + r\cdot i \\ i(t) = I_0 e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t} \end{cases}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{I_0}{\tau}\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

بالتعويض في $u_b(t)$:

$$u_b(t) = L\cdot\left(-\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}\right) + r\cdot I_0 e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}$$

$$\Rightarrow u_b(t) = -L\cdot\frac{I_0}{\frac{L}{R+r}}e^{-t/\tau} + r\cdot I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow u_b(t) = -(R+r)I_0 e^{-t/\tau} + r\cdot I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow u_b(t) = -RI_0 e^{-t/\tau} - rI_0 e^{-t/\tau} + rI_0 e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow u_b(t) = -RI_0 e^{-t/\tau}$$ (وهو المطلوب)

ؤ07

$$\begin{cases} u_R(t) = R\cdot i(t) \\ i(t) = I_0 e^{-t/\tau} \end{cases}$$

بالتعويض :

$$u_R(t) = RI_0 e^{-t/\tau}$$ (وهو المطلوب)

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner

تمرين 08 ؛ 09 ؛ 10 (نعتمد المعادلات التفاضلية السابقة مع حذف E).

ملحق (1) إيجاد الثوابت : (غلق القاطعة)

$$i(t) = Ae^{\alpha t} + B$$

1/ نكتب المعادلة التفاضلية بدلالة i:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$$

2/ نشتق i(t):

$$i(t) = Ae^{-\alpha \cdot t} + B \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = -\frac{A}{\alpha} e^{-\alpha \cdot t}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية زدون محمد الأمين

3/ التعويض :

$$-\frac{A}{\alpha} e^{-\alpha \cdot t} + \frac{R+r}{L}\left(Ae^{-\alpha t} + B\right) = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow -\frac{A}{\alpha} e^{-\alpha \cdot t} + \frac{R+r}{L} \cdot Ae^{-\alpha \cdot t} + \frac{R+r}{L} \cdot B = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow Ae^{-\alpha \cdot t}\left(-\frac{1}{\alpha} + \frac{R+r}{L}\right) + \frac{R+r}{L} \cdot B = \frac{E}{L}$$

$$\left(-\frac{1}{\alpha} + \frac{R+r}{L} = 0\right) \quad \left(\frac{R+r}{L} \cdot B = \frac{E}{L}\right)$$

$$+\frac{1}{\alpha} = +\frac{R+r}{L} \qquad (R+r) \cdot B = E$$

$$\tau \curvearrowleft \alpha = \frac{L}{R+r} \qquad I_0 \curvearrowleft B = \frac{E}{R+r}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية زدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner

ثم نجد A انطلاقا من الشروط الابتدائية $t=0$

$$i(0) = Ae^{0} + B = 0$$

$$A = -B = -\frac{E}{R+r}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

إذن:

$$i(t) = -\frac{E}{R+r} e^{-\frac{R+r}{L}\cdot t} + \frac{E}{R+r}$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L}\cdot t}\right)$$ (وهو المطلوب)

$u_R(t) = RI_0 e^{\frac{1}{\alpha}\cdot t}$

/1 نكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $u_R(t)$: (فتح القاطعة K)

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}\cdot u_R = 0$$

/2 نشتق $u_R(t)$:

$$u_R(t) = Ae^{\frac{1}{\alpha}\cdot t}$$

$$\frac{du_R(t)}{dt} = \frac{A}{\alpha} e^{\frac{1}{\alpha}\cdot t}$$

/3 التعويض:

$$\frac{A}{\alpha} e^{\frac{1}{\alpha}\cdot t} + \frac{R+r}{L}\cdot A\, e^{\frac{1}{\alpha}\cdot t} = 0$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$$\Rightarrow Ae^{\frac{1}{\alpha}\cdot t}\left(\underbrace{\frac{1}{\alpha} + \frac{R+r}{L}}_{\neq 0}\right) = 0$$

Scanned by CamScanner

$t=0$: الشروط البدائية ← نجد A انطلاقا من $u_R(0)=A e^0 = RI_0$

$\Rightarrow A = R.I_0$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{R+r}{L} = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{\alpha} = -\frac{R+r}{L}$

$\Rightarrow \alpha = -\frac{L}{R+r}$

أستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

إذن : $u_R(t) = R.I_0.e^{-\frac{R+r}{L}.t}$ (وهو المطلوب).

ملحق (2) : خاص بإيجاد العلاقات (بيانات) :

(بيان $\ln E_b = f(t)$) :

1/ ع. رياضية : $\ln E_b = a.t + b$

ع. نظرية : $E_b(t) = E_{bmax}.e^{-2t/\tau}$

$\Rightarrow \ln E_b = \ln(E_{bmax}.e^{-2t/\tau})$

$\Rightarrow \ln E_b = -\frac{2}{\tau}.t + \ln E_{bmax}$

2/ بالمطابقة :

$a = -\frac{2}{\tau} = \tan\alpha$

$\Rightarrow \tau = -\frac{2}{\tan\alpha} = -\frac{2}{-333,33} = 6\times10^{-3}\,s$

$b = \ln E_{bmax} \Rightarrow E_{bmax} = e^b = e^{0,4}$

$\Rightarrow E_{bmax} = 1,5\,J$.

(بيان $\ln(I_0 - i) = f(t)$) :

1/ ع. رياضية : $\ln(I_0 - i) = a.t + b$

ع. نظرية : $i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

$\Rightarrow i(t) = I_0 - I_0 e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow i - I_0 = -I_0 e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow I_0 - i = I_0 e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow \ln(I_0 - i) = \ln(I_0.e^{-t/\tau})$

$\Rightarrow \ln(I_0 - i) = -\frac{1}{\tau}.t + \ln I_0$.

2/ بالمطابقة : $a = -\frac{1}{\tau} = \tan\alpha$

$\Rightarrow \tau = -\frac{1}{\tan\alpha} = -\frac{1}{-325} = 3\times10^{-3}\,s$

$b = \ln I_0 \Rightarrow I_0 = e^b = e^{-1,20} = 0,3\,A$

Scanned by CamScanner

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

ملاحظة (3) التحليل البعدي لـ (ح):

لـ نأخذ دائرة صافية (R=0):

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$$

$$* \; u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{dt}{di} \cdot u_L$$

$$\Rightarrow [L] = \frac{[T]}{[I]} [u]$$

$$* \; R = \frac{u_R}{i} \Rightarrow [R] = \frac{[u]}{[I]}$$

لـ بالتعويض نجد:

$$[\tau] = \frac{\frac{[T]}{[I]} \cdot [u]}{\frac{[u]}{[I]}} = [T]$$

إذن: ح متجانس مع الزمن.

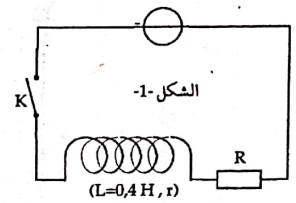
الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner

تمرين مقترح — /Mohammed El Amine Zeddoun — المدة: 30 دقيقة

نصّ التّمرين:

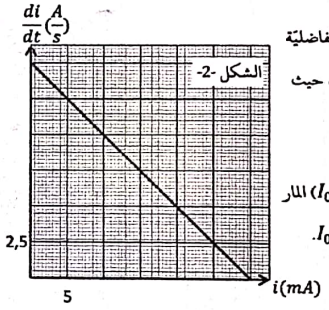
نحقّق التركيب التّجريبي الشكل -1- التّالي:



الشكل -1-

- مولّد مثالي للتوتّر قوّته المحرّكة E.
- وشيعة ذاتيتها L=0,4 H ومقاومتها r.
- ناقل أومي مقاومته R.
- قاطعة K.

نغلق القاطعة عند اللّحظة t=0 و نعاين بواسطة برمجيّة إعلاميّة مناسبة تمكّنا من رسم البيان $\frac{di}{dt} = f(i)$ الموضّح في الشّكل-2-.



الشكل -2-

1- أ- بتطبيق قانون جمع التوتّرات، بيّن أن المعادلة التّفاضليّة لشدّة التيّار تكتب بالشّكل: $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = \frac{E}{L}$ ، حيث τ يمثّل ثابت الزّمن يُطلب تعيين عبارته.

ب- يُعطى حلّ المعادلة التّفاضلية السّابقة: $i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ ، بيّن أنّ شدّة التيّار (I_0) المار في الدّارة في النظام الدّائم يُعطى بالعبارة $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

2- اعتمادا على بيان الشّكل -2- أوجد:

أ- ثابت الزّمن τ.

ب- القوّة المحرّكة للمولّد E.

ت- شدّة التيّار I_0 .

3- باستعمال راسم الاهتزازي المهبطي ذي ذاكرة، تمكّنا من المتابعة الزّمنيّة للتوتّر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $U_b = f(t)$ الموضّح في الشّكل-3-.

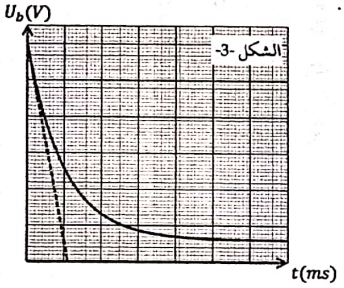
أ- أنقل مخطط الدّارة على ورقة الإجابة، ثم مثّل عليه جهة مرور التيّار الكهربائي و أسهم التوترين بين طرفي النّاقل الأومي U_R و الوشيعة U_b .

ب- بيّن كيفية توصيل الدّارة براسم الاهتزاز المهبطي لمعاينة التوتّر الكهربائي بين طرفي الوشيعة U_b.

ت- بيّن أنّ عبارة التوتّر بين طرفي الوشيعة تُعطى بالعبارة: $U_b = R.I_0.e^{-t/\tau} + r.I_0$.

ث- بالاعتماد على السّؤال-3- أعط سلّم مناسب للبيان الموضّح في الشّكل -3-.

ج- استنتج قيمة مقاومة الوشيعة الدّاخليّة r و مقاومة النّاقل الأومي R.



الشكل -3-

4- أحسب الطاقة المخزّنة في الوشيعة عند اللّحظة $t = \tau$.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
أزدون محمد الأمين

Scanned by CamScanner