**التمرين 01:(08 نقاط) الدوال الاسية واللوغاريتمية**
**(دورة ماي 2017 الموضوع $I$، الدورة 02، تسيير واقتصاد)**

$I$) لتكن $g$ الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$g(x)=2x-1-e^{2x}$.
1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$.
2) استنتج إشارة $g(x)$.
$II$) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$f(x)=x^2-x-\frac{1}{2}e^{2x}$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.
1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
(يُعطى: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x^2}=+\infty$).
2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.
3) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا $\alpha$ حيث: $-0,25<\alpha<-0,24$.
ب) أثبت أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $A$ إحداثياها $\left(0;\frac{-1}{2}\right)$.
جـ) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحى $(C_f)$ في النقطة $A$.
4) ارسم $(T)$ و $(C_f)$.
5) أ) احسب بالسّنتمتر مربع المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$، $x=\alpha$ و $y=0$.
ب) تحقّق أنّ $A(\alpha)=\frac{1}{3}(4\alpha^3-12\alpha^2+6\alpha+3)cm^2$.

**التمرين 02:(08 نقاط) الدوال الاسية واللوغاريتمية**
**(دورة ماي 2017 الموضوع $I$، الدورة 01، تسيير واقتصاد)**

$I$) نعتبر الدالة $g$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:
$g(x)=x^2+3\ln x-3$.
1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$.
2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا $\alpha$ حيث: $1,40<\alpha<1,41$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.
$II$) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ:
$f(x)=x+1-\frac{3\ln x}{x}$.
ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$، ثم فسّر النتيجة بيانيا.
ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
2) بيّن أنّ: من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ موجب تماما $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.
3) استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.
4) أ) بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.
ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$.
5) أنشئ المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$.
(يُعطى $f(\alpha)\simeq1,68$)
6) أ) بيّن أنّ الدالة $h$ حيث $h(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.
ب) احسب $S$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $x=1$، $x=e$ و $y=x+1$.

**التمرين 03:(08 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية**
**(دورة ماي2017 الموضوع $II$، الدورة 01، تسيير واقتصاد)**

نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $D_f$ حيث $D_f=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي:
$f(x)=\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{e^x-1}$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) أ) احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ وفسّر بيانيا النتائج المحصل عليها.
ب) احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كلّ $x$ من $D_f$،
$$f'(x)=\frac{1}{2}e^x+\frac{e^x}{(e^x-1)^2}.$$
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.
3) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$ مع المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=1$.
4) عيّن معادلة لـ $(T)$ المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.
5) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:
$$g(x)=f(x)-\frac{9}{4}(x-\ln 3)-1.$$

الجدول المقابل يُمثّل جدول تغيرات الدالة $g$.

| $x$ | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

أ) احسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.
ب) ادرس على المجال $]0;+\infty[$ وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المماس $(T)$، ثم فسّر ذلك بيانيا.
6) احسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم المماس $(T)$ و $(C_f)$ على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3[$.

## التمرين 04: (04 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة ماي 2016 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

$f$ الدالة العددية للمتغيّر الحقيقي $x$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^x+2e^{-x}-3$.
اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

| | | الإجابة أ) | الإجابة ب) | الإجابة ج) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | حلّي المعادلة $f(x)=0$ هما | 0 و $\ln 2$ | 0 و $-\ln 2$ | 0 و $\ln 3$ |
| 2 | نهاية $f(x)$ عندما $x$ يؤول إلى $+\infty$ هي | $-\infty$ | $+\infty$ | $-3$ |
| 3 | على المجال $\left]\frac{\ln 2}{2};+\infty\right[$ الدالة $f$ | متزايدة تماما | متناقصة تماما | ليست رتيبة |
| 4 | $m$ القيمة المتوسطة للدالة $f$ على المجال $[0;2]$، مدوّر $m$ إلى الوحدة هو: | 1 | 2 | $-1$ |

## التمرين 05: (07,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة ماي 2016 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

$I$) $g$ دالة عددية معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:
$g(x)=ax+b+\ln x$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان.
1) عيّن $a$ و $b$ بحيث: $g(1)=2$ و $g'(2)=\frac{3}{2}$.
2) نضع: $g(x)=x+1+\ln x$.
أ- احسب $\lim\limits_{x\to0^{>}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.
جـ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً حقيقيا وحيدا $\alpha$ حيث: $0{,}2<\alpha<0{,}3$.
د- حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.
$II$) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:
$f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) بيّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$:
$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$.
2) احسب $\lim\limits_{x\to0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
(يُعطى: $\lim\limits_{x\to0^{>}} x\ln x=0$).
3) تحقق أنّ: $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$.
4) احسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم ارسم $(C_f)$ على المجال $]0;5]$.

## التمرين 06: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة ماي 2016 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

$I$) نعتبر الدالة $g$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$g(x)=-4+2x(1+\ln x)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

(تُعطى: $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}} x\ln x=0$).

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا $\alpha$ حيث: $1{,}4<\alpha<1{,}5$.

4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(2x-4)\ln x$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ-احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}} f(x)$. فسّر النتيجة هندسيا.

ب-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$

ب-استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) عيّن نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل.

4) أ-اكتب معادلة للمماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب-أنشئ $(T)$ و $(C_f)$. (تُعطى: $f(\alpha)\approx-0{,}41$).

5) نعتبر الدالة $F$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$F(x)=(x^2-4x)\ln x-\frac{1}{2}x^2+4x$$

أ-بيّن أنّ $F$ دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب-احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=1$ و $x=2$.

التمرين 07: (09 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2015 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

$f$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}-3$.

$(C_f)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا:

$$f(x)=\frac{4}{e^x+1}-3.$$

ب) احسب نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$، ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغيِّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) جِد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع محور الفواصل.

ب) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $\Omega(0;-1)$.

ج) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا: $f(-x)+f(x)=-2$ ثم استنتج أنّ $(C_f)$ يقبل مركز تناظر.

د) أرسم المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ في نفس المعلم.

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $x=0$، $x=-\ln3$ و $y=0$.

5) $h$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$، و $(C_h)$ منحناها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) بين أنّ $h$ دالة زوجية.

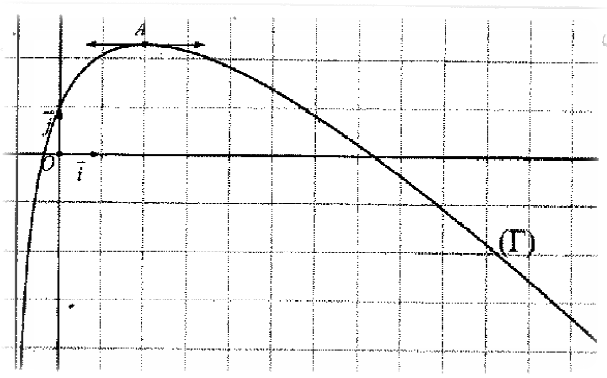
ب) اعتماداً على المنحنى $(C_f)$، اشرح كيف يتم رسم المنحنى $(C_h)$ ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

التمرين 08: (09 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية + الكلفة (دورة جوان 2015 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) $f$ دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax+b+3\ln(x+1)$، حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان.

$(\Gamma)$ التمثيل البياني للدالة $f$، المُعطى في الشكل المقابل، يقبل في النقطة $A(2;-1+3\ln3)$ مماساً موازياً لحامل محور الفواصل



1)بقراءة بيانية:

أ)ضع تخميناً حول $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$.

ب)شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

2)باستعمال المعطيات المتوفرة، جِد قيمة كل من $a$ و $b$ .

$II$)نعتبر في هذا الجزء: $f(x)=-x+1+3\ln(x+1)$ .

1)احسب نهاية الدالة $f$ عند $-1$ بقيم أكبر.

2)احسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ .

(يُعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+1)}{x}=0$)

3)أ)عيّن النقطة $B$ من المنحنى $(\Gamma)$ التي يكون فيها المماس $(T)$ للمنحنى $(\Gamma)$ موازياً للمستقيم الذي معادلته $y=x$ ، ثم اكتب معادلة للمماس $(T)$ .

ب)استنتج بيانياً، قيم العدد الحقيقي $m$ التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين موجبين تماماً.

4) $g$ الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$ .

أ)احسب $g'(x)$ ؛ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$ .

ب)لتكن $\alpha$ و $\beta$ فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى $(\Gamma)$ مع حامل محور الفواصل،

بيّن أنّ: $\alpha\in]7,37;7,38[$ و $\beta\in]-0,37;-0,36[$ .

ج)احسب $S$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\Gamma)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x=0$ ، $x=\alpha$ .

د)تحقّق أنّ: $S=\left(\dfrac{1}{2}\alpha^2-2\alpha-1\right)ua$ ؛ ثم عيّن حصراً لـ $S$ . ($ua$ وحدة مساحة)

$III$)تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر.

تُنمذج الكلفة الهامشية $C_m$ (الوحدة1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0;7]$ بالدالة $f$ المعرفة في الجزء $II$، أي من أجل $x\in[0;7]$ لدينا $C_m(x)=f(x)$ .

نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج $x$ قطعة.

1)عيّن عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علماً أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\dfrac{5}{2}$ .

2)قدِّر قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة.

## التمرين 09: (04 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية
(دورة جوان 2014 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

1)أ)تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإنّ:

$(2x+1)(x^2-5x+6)=2x^3-9x^2+7x+6$ .

ب)حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين:

$2(\ln x)^3-9(\ln x)^2+7\ln x+6=0$ ؛

$6e^{-3x}+7e^{-2x}-9e^{-x}+2=0$ .

ج)حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $2e^{3x}-9e^{2x}+7e^{x}+6\leq 0$ .

2)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة:

$\log(x^2+100)=1+\log 2+\log x$

## التمرين 10: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية
(دورة جوان 2014 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

$I$)الدالة العددية $g$ معرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=1-x^2-\ln x$ .

1)ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ .

2)احسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم $x$ إشارة $g(x)$ .

$II$)الدالة العددية $f$ معرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1)أ)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يُعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$)

ب)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

2)أ)بيّن أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ فإنّ:

$f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ .

ب)شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3)أ)بيّن أنّ المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ .

ب)ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$ .

4)عيّن فاصلة النقطة $A$ من $(C_f)$ التي يكون فيها المماس $(T)$ موازيا للمستقيم $(D)$ ثم اكتب معادلة للمماس $(T)$ .

5)ارسم $(D)$ ، $(T)$ و $(C_f)$ .

6)احسب القيمة المتوسطة للدالة $f$ على المجال $[1;3]$ .

التمرين 11:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية +الكلفة(دورة جوان 2014 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

الدالة العددية $f$ معرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي:
$f(x)=6(1-2x)e^{-x}+5$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

$I$)1)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.
(يُعطى $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$)

2)ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3)أنشئ $(C_f)$.

4)أ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=3,5$ تقبل في $[0;7]$ حلين مختلفين $\alpha$، $\beta$ حيث: $0,7<\alpha<0,8$ و $2,9<\beta<3$.

ب)حل بيانياً في المجال $[0;7]$ المتراجحة: $f(x)\le 3,5$.

5)أ)عيّن العددين الحقيقيين $a$، $b$ بحيث تكون الدالة $g$ المعرّفة على $[0;7]$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h$ المعرّفة على $[0;7]$ بـ: $h(x)=6(1-2x)e^{-x}$.

ب)استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $[0;7]$.

$II$)الكلفة الهامشية $C_M$ لصناعة كمية $x$ (مقدرة بالطن) من منتوج، حيث $x$ ينتمي إلى المجال $[0;7]$ تُنمذج بالدالة $f$ أي: $C_M(x)=f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدنانير).

1)حدّد كمية المنتوج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن، وما هي قيمة هذه الكلفة؟ (تُدور النتيجة إلى $10^{-2}$)

2)ما هي كميات المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 3,5 مليون دينار؟

3)نُذكّر أنّ دالة الكلفة الإجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية.

أ)بيّن أنّ الكلفة الإجمالية $C_T$ معرفة بـ: $C_T(x)=(12x+6)e^{-x}+5x+k$ حيث $k$ عدد حقيقي.

ب)حدّد قيمة $k$ إذا علمت أنّ المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0)=2$).

التمرين 12:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2013 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

الدالة العددية $f$ معرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{e^x-1}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$. فسّر النتيجتين هندسيا.

ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2-أ)بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=2x-1$، مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

ب)تحقّق أنه، من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم، فإنّ: $f(x)=2x-2+\dfrac{e^x}{e^x-1}$، ثم استنتج أنّ المستقيم $(\Delta')$ ذا المعادلة $y=2x-2$، مقارب للمنحنى $(C_f)$.

3-بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم، فإنّ: $f'(x)=\dfrac{2e^{2x}-5e^x+2}{(e^x-1)^2}$.
استنتج اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

4-مثّل بيانيا كلاًّ من $(\Delta)$، $(\Delta')$ و $(C_f)$.

5-احسب العدد: $\int_1^2 f(x)dx$، ثم فسره هندسيا.

التمرين 13:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2013 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

$I$)الدالة العددية $g$ معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{-x^2+x+2}{x^2}$.

1)عيّن، تبعا لقيم $x$، إشارة $g(x)$.

2)أ-تحقق أنه، من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$، $g(x)=-1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}$.

ب-استنتج الدوال الأصلية للدالة $g$ على $]0;+\infty[$.

$II$)الدالة العددية $f$ معرفة على المجال $]0;8]$ كما يلي: $f(x)=3-x-\dfrac{2}{x}+\ln x$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)أ-تحقق أنّ $f$ هي الدالة الأصلية للدالة $g$ على المجال $]0;8]$ والتي تنعدم عند 1.

ب-استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0;8]$.

جـ-احسب $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

د-شكّل جدول تغيرات الدالة $f$.

2)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين، أحدهما $\alpha$، حيث: $3{,}8<\alpha<3{,}9$.

3)مثّل بيانياً $(C_f)$.

$III$)الدالة العددية $h$ معرّفة على $\left]-\frac{2}{3};2\right]$ كما يلي:

$h(x)=f(3x+2)$.

1)بيّن أنه إذا كان $-\frac{2}{3}<x\le 0$ فإنّ $0<3x+2\le 2$

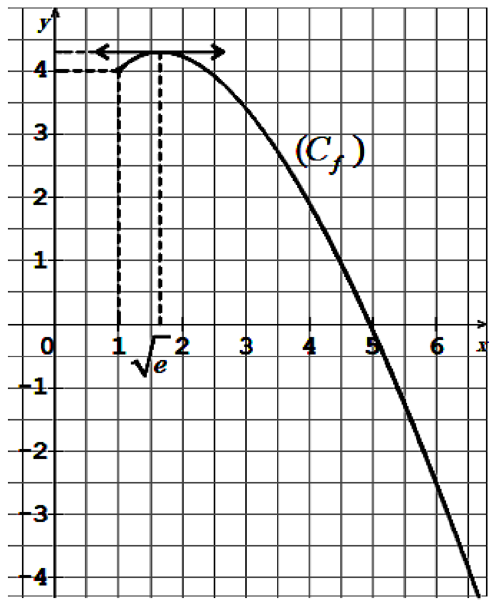
وإذا كان $0\le x\le 2$ فإنّ $2\le 3x+2\le 8$.

2)احسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

3)شكّل جدول تغيّرات $h$.

## التمرين 14: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2012 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

التمثيل البياني $(C_f)$ المقابل هو للدالة $f$ المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=ax+b+cx\ln x$ حيث $a$، $b$ و $c$ أعداد حقيقية.




1)خمّن بقراءة بيانية اتجاه تغيّر $f$ ونهاية $f$ عند $+\infty$.

2)أ-أحسب بدلالة $a$ و $c$ عبارة $f'(x)$ حيث $f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$ على $]1;+\infty[$.

ب-باستعمال معطيات في الشكل، وعلماً أنّ $f(5)=16-10\ln 5$.

-بيّن أنّ: $f(x)=3x+1-2x\ln x$.

جـ-تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$.

3)بيّن أنّ المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $[1;+\infty[$، ثم تحقق أنّ $4{,}95<\alpha<4{,}96$.

4)نُعرف العدد الحقيقي $S$ كما يلي: $S=\int_1^{\alpha} f(x)dx$ (حيث $\alpha$ هو حل المعادلة $f(x)=0$).

أ-بيّن أنّ الدالة: $g:x\mapsto 2x^2+x-x^2\ln x$ دالة أصلية للدالة $f$ على $]1;+\infty[$.

ب-أعط تفسيرا هندسيا للعدد $S$، ثم احسبه بدلالة $\alpha$.

جـ-بيّن أنّ: $S=\frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)-3$، ثم استنتج حصرا للعدد $S$.

## التمرين 15: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2012 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

جدول التغيرات المقابل هو للدالة $f$ المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)e^{1-x}$

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $e$ | $\searrow$ | $0$ |

1)بيّن أنّ معادلة $(\Delta)$ المماس للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y=-x+3$.

2) $g$ هي الدالة المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=-xe^{1-x}+1$.

أ-أدرس اتجاه تغيّر الدالة $g$.

ب-أحسب $g(1)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-1;+\infty[$.

3) $h$ هي الدالة المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=(x+1)e^{1-x}+x-3$.

أ-لاحظ أنه من أجل كل $x$ من المجال $[-1;+\infty[$، $h(x)=f(x)+x-3$، ثم استنتج أنّ: $\lim_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$.

ب-بيّن أنه من أجل كل $x$ من المجال $[-1;+\infty[$، $h'(x)=g(x)$، ثم استنتج جدول تغيّرات الدالة $h$.

ج-تحقق أنّ المعادلة: $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1;+\infty[$ يُطلب تعيينه.

د-حدّد إشارة $h(x)$، ثمّ استنتج وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

هـ-أنشئ كلا من المماس $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$.

التمرين 16: (03 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية
(دورة جوان 2011 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاثة اقتراحات من بينها واحد فقط صحيح، حدّد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير.

1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x+2)\le\ln 3$ هي:

أ. $\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right[$ ؛ ب. $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right[$ ؛ ج. $\mathbb{R}$ .

2) لتكن $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=\frac{1}{x}$ . الدالة الأصلية $F$ للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x=e$ معرّفة كما يلي:

أ. $F(x)=e^{-2}-\frac{1}{x^2}$ ؛ ب. $F(x)=-1+\ln x$ ؛ ج. $F(x)=\ln x$ .

3) القيمة المتوسطة للدالة $g:x\mapsto\frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2;2]$ تساوي: أ. $\frac{4}{3}$ ؛ ب. 3 ؛ ج. $\frac{1}{3}$ .

التمرين 17: (08 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية
(دورة جوان 2011 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

1) لتكن $f$ الدالة المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=e^{2x}-e^{x}-x-2$ .

أ. احسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ .

(نقبل أنّ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{2x}}=0$)

ب. بيّن أنّ الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأنّ دالتها المشتقة $f'$ تحقق: $f'(x)=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$

ج. ادرس حسب قيم $x$ إشارة $f'(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكّل جدول تغيراتها.

2) $(C)$ منحنى $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ على المجال $]-\infty;1]$

أ. بيّن أنّ المستقيم $(d)$ الذي معادلته $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحنى $(C)$ بجوار $-\infty$ .

ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C)$ والمستقيم $(d)$ .

ب. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $\alpha$ و $\beta$ حيث $-2{,}11<\alpha<-2{,}10$ و $0{,}81<\beta<0{,}82$ وفسّر النتيجة هندسياً.

ج-ارسم المستقيم $(d)$ والمنحنى $(C)$.

3) عيّن دالة أصلية $F$ للدالة $f$ على المجال $]-\infty;1]$ .

التمرين 18: (04 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية
(دورة جوان 2010 الموضوع $I$، تسيير واقتصاد)

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(\ln(x))^2+2\ln(x)-3$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النيبري)

1) أ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة: $f(x)=0$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) حلّل $f(x)$ إلى جداء عاملين.

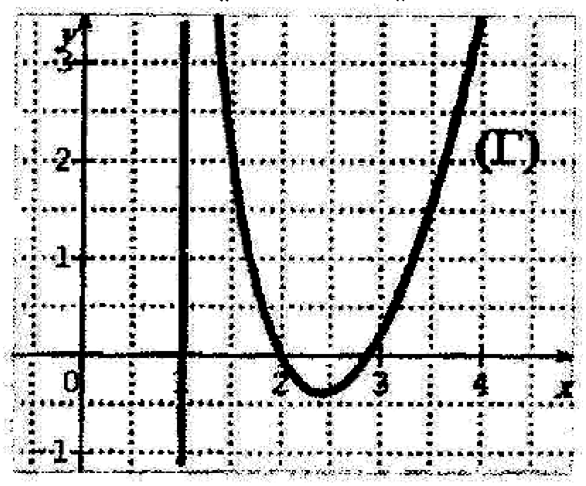
ج) حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة: $2\ln(x)+2\ge 0$ .

2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$ .

3) بيّن أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.

التمرين 19: (09 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية
(دورة جوان 2010 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

$I$) لتكن $g$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$ ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النيبري). $(\Gamma)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:



1) بقراءة بيانية، عيّن عدد حلول المعادلة $g(x)=0$ .

2) احسب $g(2)$ .

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا $\alpha$ حيث $2,87<\alpha<2,88$ .

4) استنتج حب قيم $x$، إشارة $g(x)$ في المجال $]1;+\infty[$ .

II) لتكن $f$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أوجد نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ . (لاحظ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

ب- احسب $\lim_{\substack{> \\ x\to 1}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ج- بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .

د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع $(\Delta)$ مع $(C_f)$.

هـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد $x$ من المجال $]1;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، ($f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$).

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ وشكّل جدول تغيّراتها.

3) ارسم المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$. (نأخذ $f(\alpha)\approx 3,9$)

4) أ- عيّن مشتقة الدالة: $x\mapsto[\ln(x-1)]^2$، ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب- احسب: $\int_2^5 f(x)dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

## التمرين 20: (03 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية

(دورة جوان 2009 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث:

$P(x)=2x^2-5x+2$ .

1. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ .

ب) استنتج في المجال $]0;+\infty[$ حلول المتراجحة التالية:

$2(\ln x)^2-5\ln x+2>0$ .

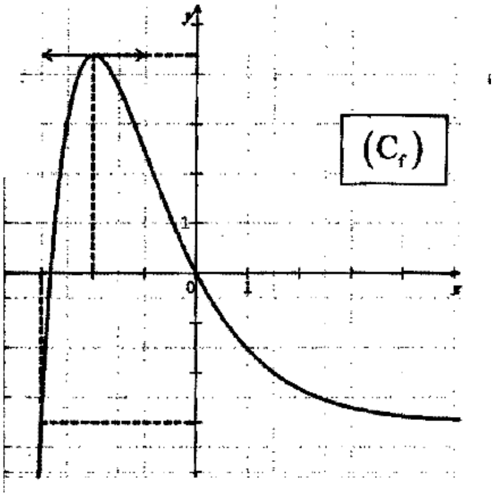
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$ .

## التمرين 21: (08 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية

(دورة جوان 2009 الموضوع $II$، تسيير واقتصاد)

$f$ دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$

حيث $a$ و$b$ عددان حقيقيان وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

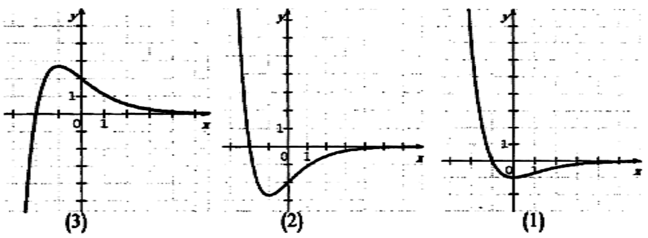



1) بقراءة بيانية للمنحنى $(C_f)$:

أ) عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$ .

ب) عيّن حسب قيم $x$ إشارة $f'(x)$ .

ج) من بين المنحنيات الثلاثة (1)، (2)، (3) عيّن، مع التبرير، المنحنى الممثل للدالة $f'$ مشتقة الدالة $f$ .




2. أ) بيّن أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$،

$f(x)=(x+3)e^{-x}-3$ .

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

ج) بيّن أنّ $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا يُطلب تعين معادلة له.

د) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $[0;+\infty[$ حلا وحيدا $\alpha$ محصورا بين $1,50$ و$1,52$.

3) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(-x-4)e^{-x}$ وليكن $I$ العدد الحقيقي حيث $I=\int_{-2}^{0} f(x)dx$ .

أ) احسب $f'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$.

ب)أعط تفسيرا بيانيا للعدد $I$ مبررا الحصر التالي $4,5 < I < 5$ باعتبارات بيانية محضة.

ج)احسب العدد $I$ .

تحيات الأستاذ: بوعزة مصطفى

بالتوفيق للجميع في Bac2018.

لا تنسونا بصالح الدعاء لي ولوالديا.

انتهى------------------------------------------------------بالتوفيق في Bac2018.