ثانوية الطريفاوي — نهائي تسيير واقتصاد

السلسلة 3

الدوال العددية

*** في كل ما يلي المستوي منسوب إلى معلم متعامد ***

التمرين الأول: لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x}$ وليكن (C) تمثيلها البياني.

1) ادرس تغيرات الدالة f.

2) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ هو مقارب مائل للمنحنى (C).

3) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمقارب المائل.

4) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

5) ارسم المستقيم (Δ) والمنحني (C).

التمرين الثاني: لتكن f الدالة المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$. نسمي (C) تمثيلها البياني.

1) بين أنه من أجل كل x من D : $f'(x)=\frac{x(x^2+3x+4)}{(x+1)^3}$

2) ادرس تغيرات الدالة f . استنتج أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا عموديا يطلب معادلته.

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ هو مقارب مائل لـ (C)

4) ادرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

5) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

6) ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C).

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

التمرين الثالث: f دالة معرفة على D بـ: $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$

حيث $D=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ ؛وليكن (C)بيانها

1. ادرس تغيرات الدالة f .
2. استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التراتيب.
3. اكتب معادلة المماس (T) لـ (C)عند النقطة ذات الفاصلة 0.
4. بين أنه من أجل كل x من D : $f(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$
5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
6. ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ).
7. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.7<\alpha<0.8$
8. ارسم المستقيمات المقاربة والمنحني (C).
9. خمّن وجود مركز تناظر للمنحنى (C) ثم أثبت صحة تخمينك.

التمرين الرابع:

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=x^3-2x-2$

1. ادرس تغيرات الدالة g
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.7<\alpha<1.8$
3. عين حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II)لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+2x+1}{x^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
2. بين أنه من أجل كل $x\neq 0$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$
3. ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f)
5. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).
6. عين معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ).
7. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-0.5<\beta<-0.4$
8. ارسم كل من (Δ)، (T) والمنحنى (C_f). تعطى $f(\alpha)=3.22$

التمرين الخامس: f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $f(x)=\frac{2x^2-3x+3}{x-1}$ ، وليكن (C) بيانها.

1. ادرس تغيرات الدالة f،واستنتج معادلة المقارب العمودي لـ (C)
2. عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$.
3. استنتج أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ و $+\infty$ يطلب معادلته.
4. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ).
5. بين أن النقطة $\omega(1;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C)
6. ارسم كل من المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)
7. ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$.

التمرين السادس: لتكن f الدالة المعرفة على D بـِ : $f(x)=\frac{x^2+6x+4}{2x^2+8x}$ ، وليكن (C) تمثيلها البياني.

حيث $D=]-\infty;-4[\cup]-4;0[\cup]0;+\infty[$

1. ادرس تغيرات الدالة f ثم استنتج المستقيمات المقاربة.
2. بين أن النقطة $A\left(-2;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر لـ (C).
3. اكتب معادلة المماس (T) لـ (C)عند النقطة A .
4. عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.
5. ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C).
6. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$.

الدوال العددية في البكالوريا

التمرين السابع (BAC2008 م1): لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها، لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		$\|+\infty$				$+\infty$
	$-\infty$				$\|$		3		
				$-\infty$	$\|$				

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية.

1. احسب $f'(x)$.
2. اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ/ عين الأعداد الحقيقية a ، b و c .

ب/ عين $\lim\limits_{x\to 1^{<}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1^{>}} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

جـ/ قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك.

3. نأخذ فيما يلي: $a=1$ ، $b=1$ و $c=\frac{1}{4}$ وليكن (C) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

أ/ بين أنه عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته: $y=x+1$

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

جـ/ أثبت أن النقطة $\omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

د/ عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

التمرين الثامن (BAC2009 م1): الدالة العددية f معرفة على $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$. و (C) بيانها.

I.1) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$

2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

3) بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له.

4) بين أن المستقيم (Δ): $y=x-1$ مقارب مائل لـ (C).

5) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ).

II.1) بين أنه من أجل كل x من D_f $f'(x)=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

2) عين اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها وشكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III.1) بين أن النقطة $A(-1\,;\,-2)$ هي مركز تناظر لـ (C).

2) ارسم كلا من (Δ)، (D) و (C).

3) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلان مختلفان

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2-1$

التمرين التاسع (BAC2010 م1): f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x)=\frac{x^3-5x^2+4}{x^2}$ و (C) بيانها .

1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x)=x-5+\frac{a}{x^2}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.
2. احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.
3. أ/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x)=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة f.

4. أثبت أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.
5. أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 1
6. ارسم (Δ) والمنحنى (C).
7. أ/ عين الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقق $F(2)=-10$.

ب/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

التمرين العاشر (BAC2011 م1): نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$. و (C) بيانها.

(الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب)

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=1-\frac{x}{x^2+1}$
2. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$، واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.
3. ادرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم(Δ) ذو المعادلة $y=1$
4. احسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(-x)=2-f(x)$ واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.
6. ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C).
7. أ/ احسب التكامل $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$.

ب/احسب بـ cm^2 مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى(C) ومحور الفواصل والمستقيمين $x=0$ و $x=1$.

www. tahamath.ahlamountada.com