الوحدة 03: الظواهر الكهربائية/ثنائي القطب RC-RL.

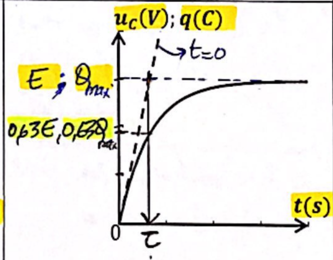
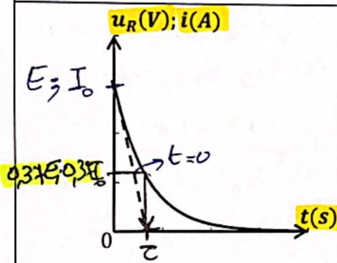
الدّرس 01: "شحن المكثّفة" -الجزء 03

• عند نهاية الدّرس لابدّ أن تستوعب ما يلي:

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

- ☑ تعيين: ثابت الزّمن (τ) وزمن نصف الشّحن ($t_{1/2}$) (حسابيا وبيانيّا)
- ☑ حساب الطّاقة المخزّنة في المكثّفة $E_C(t)$.

I/ ثابت الزّمن (τ): طو

1/ تعريفُه:	ثابت الزمن (τ): هو الزّمن اللازم لشحن المكثّفة بنسبة 63% من شحنتها الأعظمية Q_{max}.	
2/ فائدتُه:	تقدير مدّة الشّحن أو التّفريغ. (تُقدّر بحوالي 5τ)	
3/ تعيينُه:	أ- حسابيّا:	بالعلاقة: $\boxed{\tau = R.C}$ (s) (Ω) (F)
	ب- بيانيّا:	• بيان: $u_C(t); q(t)$ — • بيان: $u_R(t); i(t)$
		 
		حساب: $u_C(\tau); q(\tau)$ — حساب: $u_R(\tau); i(\tau)$
		$t=\tau \Rightarrow u_C(\tau) = E(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}})$ $\Rightarrow u_C(\tau) = E(\underbrace{1-e^{-1}}_{0,63})$ $\Rightarrow u_C(\tau) = 0,63E$ — $t=\tau \Rightarrow u_R(\tau) = E.e^{-\frac{\tau}{\tau}}$ $\Rightarrow u_R(\tau) = E.\underbrace{e^{-1}}_{0,37}$ $\Rightarrow u_R(\tau) = 0,37E$
		$t=\tau \Rightarrow q(\tau) = Q_{max}(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}})$ $\Rightarrow q(\tau) = Q_{max}(1-e^{-1})$ $\Rightarrow q(\tau) = \underbrace{0,63}_{63\%}Q_{max}$ — $t=\tau \Rightarrow i(\tau) = I_0.e^{-\frac{\tau}{\tau}}$ $\Rightarrow i(\tau) = I_0.\underbrace{e^{-1}}_{0,37}$ $\Rightarrow i(\tau) = 0,37I_0$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

II/ زمن نصف الشّحن $(t_{1/2})$:

1/ تعريفُهُ:

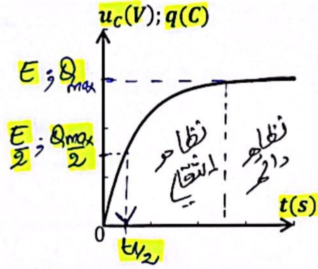
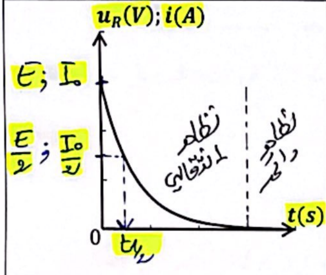
<u>زمن نصف الشحن $(t_{1/2})$</u>: هو الزّمن اللازم لشحن المكثّفة بنسبة 50% من شحنتها الأعظمية Q_{max}.

2/ تعيينُه:

أ- حسابيّا:

بالعلاقة: $\boxed{\underbrace{t_{1/2}}_{(s)} = \underbrace{RC}_{(\Omega)(F)}.\ln(2)} \Rightarrow \boxed{\underbrace{t_{1/2}}_{(s)} = \underbrace{\tau}_{(s)}.\ln(2)}$

ب- بيانيّا:

• بيان: $u_C(t); q(t)$	• بيان: $u_R(t); i(t)$
	
حساب: $u_C(t_{1/2}); q(t_{1/2})$	حساب: $u_R(t_{1/2}); i(t_{1/2})$
$t=t_{1/2} \Rightarrow u_C(t_{1/2}) = E(1-e^{-\frac{\tau.\ln(2)}{\tau}})$ $\Rightarrow u_C(t_{1/2}) = E(\underbrace{1-e^{-\ln(2)}}_{0,5})$ $\Rightarrow u_C(t_{1/2}) = 0,5.E$	$t=t_{1/2} \Rightarrow u_R(t_{1/2}) = E.e^{-\frac{\tau.\ln(2)}{\tau}}$ $\Rightarrow u_R(t_{1/2}) = E.e^{-\ln(2)}$ $\Rightarrow u_R(t_{1/2}) = 0,5E$
$t=t_{1/2} \Rightarrow q(t_{1/2}) = Q_{max}(1-e^{-\frac{\tau.\ln(2)}{\tau}})$ $\Rightarrow q(t_{1/2}) = Q_{max}(\underbrace{1-e^{-\ln(2)}}_{0,5})$ $\Rightarrow q(t_{1/2}) = \underbrace{0,5.Q_{max}}_{50\%}$	$t=t_{1/2} \Rightarrow i(t_{1/2}) = I_0 e^{-\frac{\tau.\ln(2)}{\tau}}$ $\Rightarrow i(t_{1/2}) = I_0.\underbrace{e^{-\ln(2)}}_{0,5}$ $\Rightarrow i(t_{1/2}) = 0,5 I_0$

III/ الطاقة المخزّنة في المكثّفة $E_C(t)$:

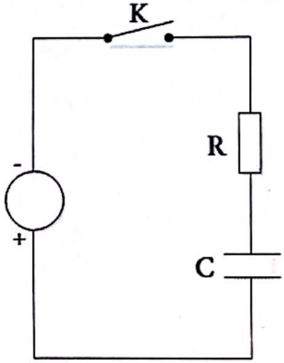
• تُخزّن المكثّفة <u>طاقة كهربائيّة</u> يرمز لها E_C ووحدتُها الجول (J).

$$\boxed{\underbrace{E_C(t)}_{(J)} = \frac{1}{2} \times \underbrace{C}_{(F)} \times \underbrace{u_c(t)^2}_{(V)}} \Rightarrow E_C(t) = \frac{1}{2} \times C \times \frac{q(t)^2}{C^2} \Rightarrow \boxed{E_C(t) = \frac{1}{2.C} \times q(t)^2}$$

• في النّظام الدّائم تُخزّن المكثّفة طاقة أعظميّة $E_{c_{max}}$ عبارتها:

$$\boxed{E_{c_{max}} = \frac{1}{2} \times C \times E^2} \Rightarrow E_{c_{max}} = \frac{1}{2} \times C \times \frac{Q_{max}{}^2}{C^2} \Rightarrow \boxed{E_{c_{max}} = \frac{1}{2.C} \times Q_{max}{}^2}$$

◄ تطبيق:



الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

• نحقّق دارّة كهربائيّة على التسلسل تتكون من:

- ناقل أومي مقاومته R.

- مكثّفة فارغة سعتُها C.

- مولّد ذي توتر كهربائي ثابت E.

- قاطعة K.

• نُغلق القاطعة في اللّحظة $t = 0$.

1- أعد رسم مخطّط الدّارة ومثّل عليها جميع التوتّرات وجهة مرور التيّار، حركة الإلكترونات، شحنة كل لبوس.

2- بيّن أنّ عبارة توتّر النّاقل الأومي تُكتب بالشّكل:

$$\boxed{u_R(t) = RC.\frac{du_C(t)}{dt}}$$

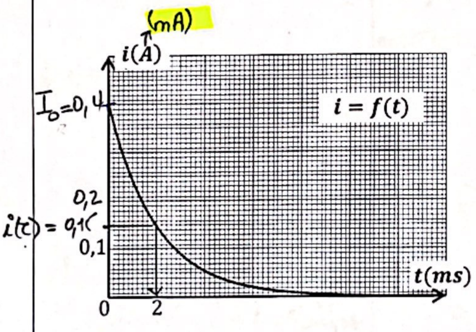
3- بالاعتماد على قانون جمع التوتّرات، بيّن أنّ المعادلة التّفاضلية الذي يُحقّقها توتّر المكثّفة تُكتبُ من الشّكل:

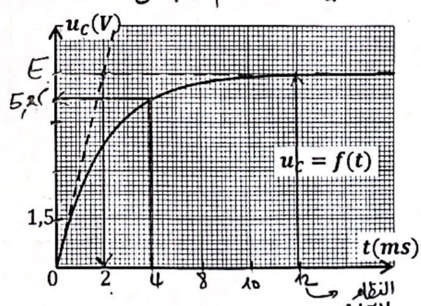
$$\boxed{\frac{du_C(t)}{dt} + \alpha.u_C(t) = \beta}$$

$ms \xrightarrow{\times 10^{-3}} s$
$mA \xrightarrow{\times 10^{-3}} A$

حيث: α وَ β ثوابت يُطلب تعيين عبارتيهما بدلالة ثابت الزمن τ وتوتّر المولّد E.

4- لاحظ البيانات أدناه، ثم أجب على الأسئلة:





أ- استنتج قيمة: ثابت الزّمن τ من البيانين، القوّة المحرّكة للمولّد E، شدّة التيّار الأعظمي I_0، مقاومة النّاقل الأومي R، سعة المكثّفة C، الشّحنة الأعظمية للمكثّفة Q_{max}.

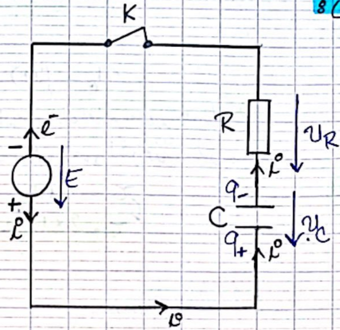
الابتدائي

ب- أوجد حسابيًا زمن نصف شحن المكثّفة $t_{1/2}$.

ج- أُحسب قيمة الطّاقة المخزّنة في المكثّفة عند اللّحظتين: $t_1 = 4ms$ وَ $t_2 = 12ms$.

حل التطبيق :

①



② لدينا :

$$u_R(t) = R.i(t)$$

$$\Rightarrow u_R(t) = R.\frac{dq(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow u_R(t) = R.\frac{d}{dt}(\underset{\text{ثابت}}{C}.\underset{\text{متغير}}{u_C(t)})$$

$$\Rightarrow u_R(t) = RC.\frac{du_C(t)}{dt}$$

③ بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_R(t) + u_C(t) = E$$

$$\Rightarrow \left(RC.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E\right) \times 1/RC$$

$$\Rightarrow \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}.u_C(t) = \frac{E}{RC} \quad ; \quad \tau = RC$$

$$\Rightarrow \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C(t) = \frac{E}{\tau}.$$

حيث : وبالمطابقة نجد :

$$\begin{cases} \alpha = 1/\tau \\ B = E/\tau \end{cases}$$

④ أ- * $\tau = ?$

$u_C = f(t)$

بالاعتماد على المماس عند $t=0$ وبالإسقاط على محور الأزمنة نجد:

$\tau = 2\,ms$

$\tau = 2\times10^{-3}\,s$

$i = f(t)$

$t=\tau \Rightarrow i(\tau) = 0{,}37\,I_0$

$\Rightarrow i(\tau) = 0{,}37\times0{,}4$

$\Rightarrow i(\tau) = 0{,}15\,mA$

وبالإسقاط على محور الأزمنة نجد:

$\tau = 2\,ms$

$\tau = 2\times10^{-3}\,s$

* $E = ?$

من بيان $u_C = f(t)$ نجد:

$E = 1{,}5\times4 \Rightarrow E = 6\,V$

* $I_0 = ?$

من بيان $i = f(t)$ نجد:

$I_0 = 0{,}1\times4 \Rightarrow I_0 = 0{,}4\,mA$

$\Rightarrow I_0 = 4\times10^{-4}\,A$

* $R = ?$

لدينا:

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{E}{I_0} = \frac{6}{4\times10^{-4}} \Rightarrow R = 15000\,\Omega$$

$$\Rightarrow R = 15\,k\Omega$$

$1\,k\Omega = 10^{3}\,\Omega$

* $C = ?$

لدينا:

$$\tau = R.C$$

$$\Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{2\times10^{-3}}{15000}$$

$$\Rightarrow C = 1{,}33\times10^{-7}\,F$$

$\mu F \xrightarrow{\times10^{-6}} F$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$Q_{max} = ?$ *

لدينا: $Q_{max} = C.E$

$\Rightarrow Q_{max} = 1,33 \times 10^{-7} \times 6$

$\Rightarrow Q_{max} = 8 \times 10^{-7} C$

ب- $t_{1/2} = ?$

لدينا: $t_{1/2} = \tau \times \ln(2)$

$\Rightarrow t_{1/2} = 2 \times 10^{-3} \times \ln(2)$

$\Rightarrow t_{1/2} = 1,37 \times 10^{-3} s$

ج-

• $t_1 = 4 ms \Rightarrow E_C(4ms) = \frac{1}{2} \times C \times u_C^2(4ms)$

لدينا

$\Rightarrow E_C(4ms) = \frac{1}{2} \times 1,33 \times 10^{-7} \times 5,25^2$

$\Rightarrow E_C(4ms) = 1,83 \times 10^{-6} J.$

• $t_2 = 12 ms \Rightarrow E_C(12 ms) = \frac{1}{2} \times C \times u_C^2(12 ms).$

$\Rightarrow E_{C max} = \frac{1}{2} \times C \times E^2$

$\Rightarrow E_{C max} = \frac{1}{2} \times 1,33 \times 10^{-7} \times 6^2$

$\Rightarrow E_{C max} = 2,4 \times 10^{-6} J.$