

# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

أبنائي الطلبة يسرني أن أضع تحت تصرفكم هذه السلسلة الرائعة التي تحتوي على العديد من المسائل الرائعة حول الدوال العددية والتي وعدتموني بحل ثلاث منها هذا الأسبوع وهي الثلاثة الأولى وعلّيكم بحل البقية متى توفر لكم الوقت وعلّيكم بتوزيع الموقع على نطاق واسع فالدال على الخير كفاعله كما أرجو منكم اعلامي بأي خطأ ورد في أي مسألة .

ادخل فقط على الموقع وابدأ في حل المسائل الواحدة تلو الأخرى وإن وجدت شيء مبهم اتصل بي أو بأي أستاذ كي تزيل الغموض هيا يا أبنائي احشدوا الهمم وشمروا على سواعد الجد اجتهدوا حتى تشجعونا على المزيد من الجد فكلما وجدتم متفاعلين مع الموقع كلما قدمت لكم المزيد

أملّي أن نزحف على الجامعة زحفا وأن لا يتخلف احد من المجدين العاملين الحاملين للهمم العالية المتحيرين على دينهم ووالديهم وبلدهم وأمتهم الرافعين لراية العلم حتى تبقى عالية خفاقة والله المستعان وبه التوفيق

## المسألة 1

الجزء الأول: لتكن الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  بجدول تغيراتها كالتالي:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$	↗
	$-\infty$		$+\infty$	↘	-1	↗
			$+\infty$			$+\infty$

(I) تكتب  $f(x)$  على الشكل  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية

- (1) أحسب الدالة المشتقة  $f'$  بدلالة  $a$  و  $c$
- (2) بالإستعانة بجدول تغيرات الدالة  $f$  عين الأعداد الحقيقية  $a, b$  و  $c$ .
- (3) عين  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$  ثم فسر النتيجة هندسياً.
- (4) استنتج معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = -1$ .
- (5) أجب بصح أو خطأ مع التبرير:

$$f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right) \quad (\text{أ})$$

- (ب) - المعادلة  $f(x) = 0$  تقبلاً حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$
- (ج) - المعادلة  $f(x) = 0$  تقبلاً حلاً وحيداً  $\beta$  في المجال  $[2.5; 2.7]$ .
- (د) -  $f'(3) > 0$

(6) استنتج إشارة الدالة  $f$ .

الجزء الثاني: نأخذ في ما يلي  $a = 1; b = -3; c = 1$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) بين أن  $(C_f)$  يقبل المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x - 3$  مقارباً مائلاً بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$
- (2) أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$
- (3) بين أن  $f(-x) + f(x) = -6$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.
- (4) أنشئ  $(C_f)$  والمستقيمت المقاربة.
- (5) ناقش بيانياً حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  إشارة و عدد حلول المعادلة:  $f(x) = m$ .

الجزء الثالث:  $g$  دالة ذات المتغير الحقيقي  $x$  معرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  ب:  $g(x) = [f(x)]^2$

- (1) أوجد نهايات الدالة  $g$  عند أطراف مجموعة تعريفها.
- (2) أحسب  $g(1), g(-1), g(\alpha)$  و  $g(\beta)$
- (3) بإستعمال مشتق مركب دالتين أحسب  $g'(x)$
- (4) استنتج جدول تغيرات الدالة  $g$  (دون دراسة تغيراتها).

ابتعد عن الأشخاص الذين يحاولون التقليل من شأن طموحاتك

## المسألة 2

الجزء الأول :

لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ، و  $(C_g)$  منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
- (2) برهن أن  $(C_g)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها ثم برهن أن هذه النقطة هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_g)$ .
- (3)  $\alpha$  و  $\beta$  عدنان حقيقيان . برهن أنه إذا كان  $\beta > \alpha$  فإن  $g(\beta) > g(\alpha)$  ثم إستنتج مقارنة العددين  $g(2021)$  و  $g(2022)$  دون حساب قيمتها .
- (4) أعط إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  ثم إستنتج وضعية  $(C_g)$  بالنسبة لمحور الفواصل .
- (5) أرسم المنحنى  $(C_g)$ .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2}$ ،  $(C_f)$  منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حيث :  $f(x) = ax + \frac{bx}{(x-1)^2}$ .
- (2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
- (3) أحسب  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
- (4) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  فإن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$ .
- (5) إستنتج إتجاه تغير الدالة  $f$  على مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.
- (6) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .
- (7) بين أنه يوجد مماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  في نقطة وحيدة  $A$  يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لـ  $(T)$ .
- (8) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .
- (9) أعط إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R} - \{1\}$  ثم إستنتج وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لمحور الفواصل .
- (10) أرسم  $(\Delta)$ ،  $(T)$ ، ثم  $(C_f)$  في معلم جديد يختلف عن  $(C_g)$ .
- (11) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلات التالية :

$$x^3 - 2x^2 = mx(x-1)^2 ; f(x) = x + m^2 - 4 ; -\frac{x}{(x-1)^2} = m ; f(x) = f(m) ; f(x) = |m| - 1 ; f(x) = m$$

الجزء الثالث :

لتكن الدوال العددية التالية :  $h_1, h_2, h_3$  حيث :

$$D_{h_3} = \mathbb{R} - \{2\} \text{ و } h_3(x) = f(x-1) + 2, D_{h_2} = D_f \text{ و } h_2(x) = |f(x)|, D_{h_1} = \mathbb{R} - \{-1; 1\} \text{ و } h_1(x) = f(|x|)$$

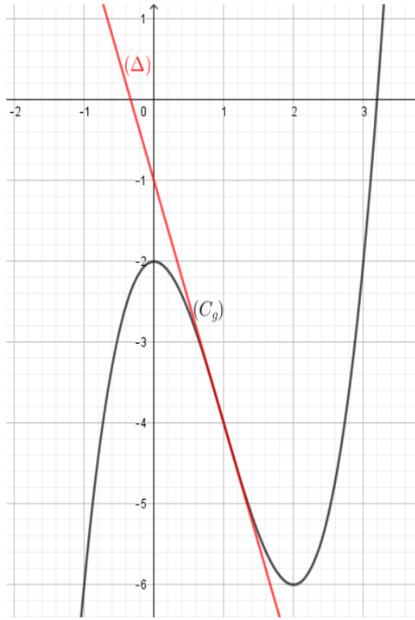
- (1) بين أن  $h_1$  دالة زوجية .
- (2) إشرح كيف يتم رسم المنحنيات  $(C_{h_3}), (C_{h_2}), (C_{h_1})$  إنطلاقا من منحنى  $(C_f)$  ثم أنشئها .

الجزء الرابع :

لتكن الدالة  $k$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  بـ :  $k(x) = f(x^2)$

- (1) أدرس إتجاه تغير الدالة  $k$  ثم شكل جدول تغيراتها.

### المسألة 3



المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = x^3 - 3x^2 - 2$  و  $(C_g)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

المستقيم  $(D)$  هو مماس للمنحنى  $(C_g)$  في النقطة ذات الفاصلة 1. بقراءة بيانية :

- (1) أحسب كل من :  $g'(0)$  ,  $g'(2)$  ,  $g'(1)$  ,  $g''(1)$  .
- (2) شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  .
- (3) حدد إشارة  $g(3)$  و  $g(\frac{7}{2})$  ثم إستنتج وجود عدد حقيقي  $\alpha$  وحيد من المجال  $]\frac{7}{2}; 3]$  بحيث  $g(\alpha) = 0$  ثم تحقق أن :  $3.1 < \alpha < 3.2$  .
- (4) إستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

الجزء الثاني :

المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $f(x) = \frac{x^3 + 1}{(x-1)^2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (2) بين أنه من أجل كل  $x \neq 1$  :  $f'(x) = \frac{(x-1) \times g(x)}{(x-1)^4}$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .
- (3) أحسب  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - x)$  ثم إستنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له .
- (4) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .
- (5) عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left( \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (6) بين أن :  $f(\alpha) = 3 + \frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$  ثم أعط حصر لـ  $f(\alpha)$  تدور النتائج إلى  $10^{-2}$  .
- (7) أكتب معادلة المستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $-\frac{1}{3}$  .
- (8) جد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيات.
- (9) أنشئ  $(\Delta)$  ,  $(C_f)$  .
- (10) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = x + m$  .

الجزء الثالث :

- المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $h(x) = \frac{|x^3 + 1|}{(x-1)^2}$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني .
- (1) أكتب  $h(x)$  بدون رمز القيمة المطلقة.
  - (2) أدرس قابلية إشتقاق الدالة  $h$  عند القيمة  $-1$  ثم فسر النتيجة هندسيا.
  - (3) إستنتج رسم المنحنى  $(C_h)$  إنطلاقا من  $(C_f)$  .

الطريق إلى التميز نادرا ما يكون مزدحما فحاول السير فيه

## المسألة 4

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3$   
1 ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

2

أ/ بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $-0.4 < \alpha < -0.3$   
ب/ حدد حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ:

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x - 1}$$

نسمي  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$

1 بين من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 أن:

$$f(x) = x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x - 1}$$

2

أ/ احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

ب/ ادرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3 احسب:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x^2 - 2x - 1)]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

4 ادرس الوضع النسبي بين المنحنى  $(C_p)$  الممثل للدالة:  $p(x) = x^2 - 2x - 1$  والمنحنى  $(C_f)$ .

5 بين أن:

$$f(\alpha) = \frac{15}{2(1 - \alpha)} - 2$$

واستنتج حصرا لـ  $f(\alpha)$ .

6 أنشئ بيانيا كل من  $(C_p)$  و  $(C_f)$ .

## المسألة 5

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ .

①

أ/ احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

②

أ/ بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  من المجال  $]2; +\infty[$ .

ب/ أعط حصرا سعته 0.1 للعدد  $\alpha$ .

ج/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ:

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x + 1}{(x-1)^2}$$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

① عيّن نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها واعط تفسيراً هندسياً للنتائج.

② أكتب  $f(x)$  على الشكل:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$ ، مع تحديد الأعداد الحقيقية  $a, b, c$ .

③

أ/ بين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقاربا  $(d)$  يطلب إعطاء معادلة ديكرتية له.

ب/ ادرس الوضع النسبي للمستقيم  $(d)$  والمنحني  $(C_f)$ .

④

أ/ شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

ب/ بين أن  $(C_f)$  يقطع مرة وحيدة محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة  $\beta$  حيث  $-1 < \beta < 0$ .

ج/ بين أن  $f(\alpha) = \frac{6}{(\alpha-1)^2}$  ثم أعط حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

⑤ أحسب  $f(0)$  ثم ارسم المستقيمين المقاربين والمنحني  $(C_f)$ .

(III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$  بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

① بين أن  $h$  زوجية.

② أشرح كيف تنشئ  $(C_h)$  ثم أنشئه.

③ ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلتين:

$$f(x) = x + m \quad \text{و} \quad f(x) = m$$

الشخص المتفوق شخص متواضع في حديثه ولكنه متفوق في أفعاله

## المسألة 6

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  بـ :

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$$

وليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل لها في م.م.م.  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. عين الأعداد  $a, b, c$  بحيث:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$ .
2. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
3. أوجد معادلات المستقيمات المقاربة، ثم أدرس وضعية المنحنى مع المستقيم المقارب المائل وليكن  $(\Delta)$ .
4. بين أن نقطة تقاطع الخططين المقاربين هي مركز تناظر.
5. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين ميلاهما  $-3$ ، ثم أكتب معادليهما.
6. أنشئ المنحنى والمماسات بدقة.
7. استنتج إشارة الدالة على مجموعة تعريفها.
8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $-x^2 + (m - 1)x - 4 + m = 0$ .
9. لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  حيث:
 
$$h(x) = \left| \frac{x^2 + x + 4}{x + 1} \right|$$
 - بين أن  $h(x) = f(x)$  في مجال يطلب تعيينه.
- استنتج رسم المنحنى  $(C_h)$  مستعينا بالمنحنى  $(C_f)$ .



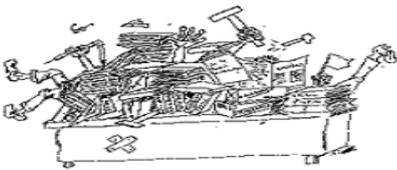
نهاية العام الدراسي



www.dhahab.com



بداية العام الدراسي



عاونوني يا خاوتي  
راهي خلات



www.dhahab.com



ربي ورحمتو.. لعام  
راه طويل..

تحياتي الخالصة للطلبة المجددين ذوي الإرادة القوية والعمل الدؤوب