

تمارين الدوال الأسية في البكالوريا

شعبة : تقني رياضي

التصريف [1] [باك 2009] [1م]

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أحسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0; 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
- (2) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على \mathbb{R} .
- (3) أبين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
- بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.
- (4) بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث : $-1,7 < \alpha < -1,6$.
- (5) أرسم (C_f) من أجل كل $x \in \mathbb{R}$.

التصريف [2] [باك 2010] [2م]

الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي : $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من \mathbb{R}^* .
- (2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
- (3) بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) أـ (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y = x + \frac{4}{3}$ و $y = x$.
- بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.
- بـ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث : $0,9 < x_0 < 0,91$ و $-1,66 < x_1 < -1,65$.
- جـ أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$. فسّر النتيجة هندسيا.
- دـ أرسم (D) و (D') و (C_f) .
- هـ m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.
- ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.
- (5) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يأتي : $g(x) = [f(x)]^2$.
- أدرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التصريف [3] [باك 2011] [2م]

- f الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أدرس تغيرات الدالة f .
 - (2) عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .
 - (3) بين أن للمنحنى (C_f) نقطة إنعطاف ω يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.
 - (4) لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = f(x) - x$.
 - أ- أدرس تغيرات الدالة g .
 - ب- بين أن لمعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$.
 - (5) أ- حل في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = 0$.
 - ب- أرسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ والمنحنى (C_f) .

التصريف [4] [باك 2012] [1م]

- (I) g هي الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$.
- (1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$.
 - (3) استنتج إشارة $g(x)$.
- (II) f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)
- (1) بين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$.
 - (2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.
 - ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - ج- أحسب $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.
 - (3) أ- بين أن $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء (I).
 - ب- استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
 - ج- أرسم (C_f) .
 - (4) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة: $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$.
 - (5) h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = [f(x)]^2$.
 - أ- أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.
 - ب- شكل جدول تغيرات الدالة h .

(I) الدالة g معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = (x-1)e^x$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + (x-1)e^x \geq 0$.

(II) هي الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$; $x > 0$.
 $f(0) = 1$

(1) أبين أن f مستمرة على المجال $[0; +\infty[$.

بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$.

بـ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(III) عدد طبيعي حيث $n \geq 1$ ، f_n الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$.

(C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة f_n على المجال $[0; +\infty[$.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x)$.

(3) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

(4) بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها .

(5) أـ بين أنه ، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0, 3; 0, 4[$ بحيث : $f_1(\alpha_1) = 0$.

بـ بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n

من $]\alpha_1; 1[$ بحيث $f_n(\alpha_n) = 0$.

(6) أـ بالإعتماد على الجزء II ، بين أنه ، من أجل كل x من $]0; 1[$: $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$.

بـ استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

جـ جد نهاية المتتالية (α_n) .

هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (x-1)e^x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين نهاية f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أـ بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α على \mathbb{R} ، ثم تحقق أن : $1.27 < \alpha < 1.28$.

بـ أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (T) .

جـ أرسم (T) و (C_f) .

(4) عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$ حلا واحدا في \mathbb{R} .

(5) هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $h(x) = (|x| + 1)e^{-|x|}$. و (C_h) تمثيلها البياني .

أـ بين أن الدالة h زوجية .

بـ أرسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

(6) g دالة معرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = (ax+b)e^x$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

عين a و b حتى يكون : من أجل كل x من \mathbb{R} : $g'(x) = f(x)$.

التصريف [7] [باك 2015] [2م]

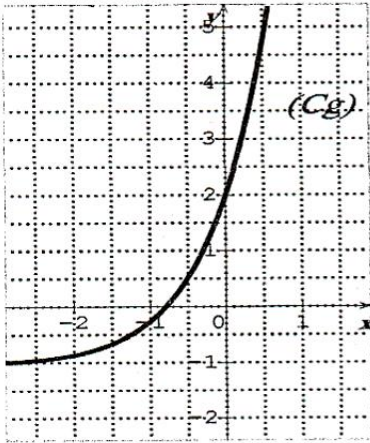
- (I) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = (x+2)e^x - 2$.
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$.
ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
ج- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.
ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (3) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $0,92 < \alpha < 0,93$ و $-1,56 < \beta < -1,55$.
ب- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{3}{2}]$.

التصريف [8] [باك 2017] [الدورة الإستثنائية] [2م]

- (I) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = (x+1)(1+2e^{-x})$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- (2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$ ثم استنتج معادلة (Δ) ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f) .
ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (3) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلته له .
- (4) باستعمال المنحنى (C_f) ، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين .

education-onec-dz.blogspot.com

- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانياً وأحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
ب- الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $h(x) = e^{-x} + x - 1$.
أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم أستنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$.
- (4) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .
فسر النتيجة بيانياً.
- (5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$ ، ثم أرسم المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى (C_f) على المجال $]-2; 1[$.

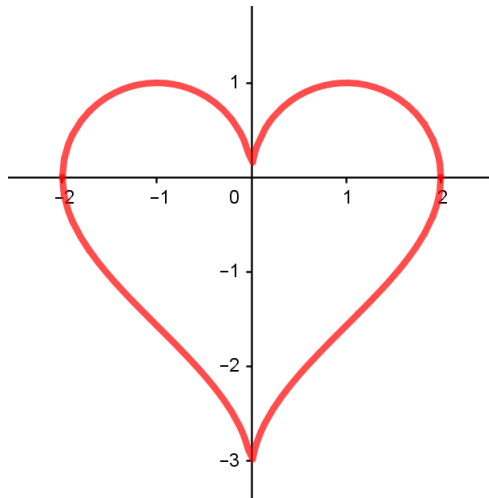


- (I) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (x+3)e^{-x} - 1$.
- (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.
بقراءة بيانية:
- (1) حدد إشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.
- (2) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-1; -\frac{1}{2}[$ بحيث: $g(\alpha) = 0$.
ثم تحقق أن: $-0.8 < \alpha < -0.7$.
(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .
- (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مانلاً (Δ) يطلب تعيين معادلتها له.
ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
ج- أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .
- (4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1[$. (يعطى $f(\alpha) \approx -0.7$).
- (5) h الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$. (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
أبين أن الدالة h زوجية.
ب- تحقق أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$ فإن: $h(x) = f(x-2) + 1$.
ج- إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقاً من (C_f) ثم أرسم (C_h) على المجال $]-3; 3[$.

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$.
- و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)
- (1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; +\infty[$: $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$.
ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ، واستنتج إتجاه تغير الدالة f .
ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 - (2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - \frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 - (3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلته له .
 - (4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يُطلب تعيينها .
 - (5) أرسم (Δ) ، (T) ، و (C_f) .
 - (6) ليكن m وسيطا حقيقيا . عين مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين .

education-onec-dz.blogspot.com

“The only way to learn mathematics is to do mathematics”



كتابة: خالد بخاخشة

نشر يوم 2020/12/02