



$\ln(x)$ $e(x)$

الدوال اللوغارتمية

La Fonction Logarithme Néperien

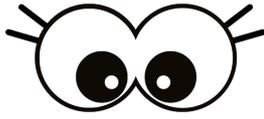


<https://onlineacademydz.com/>

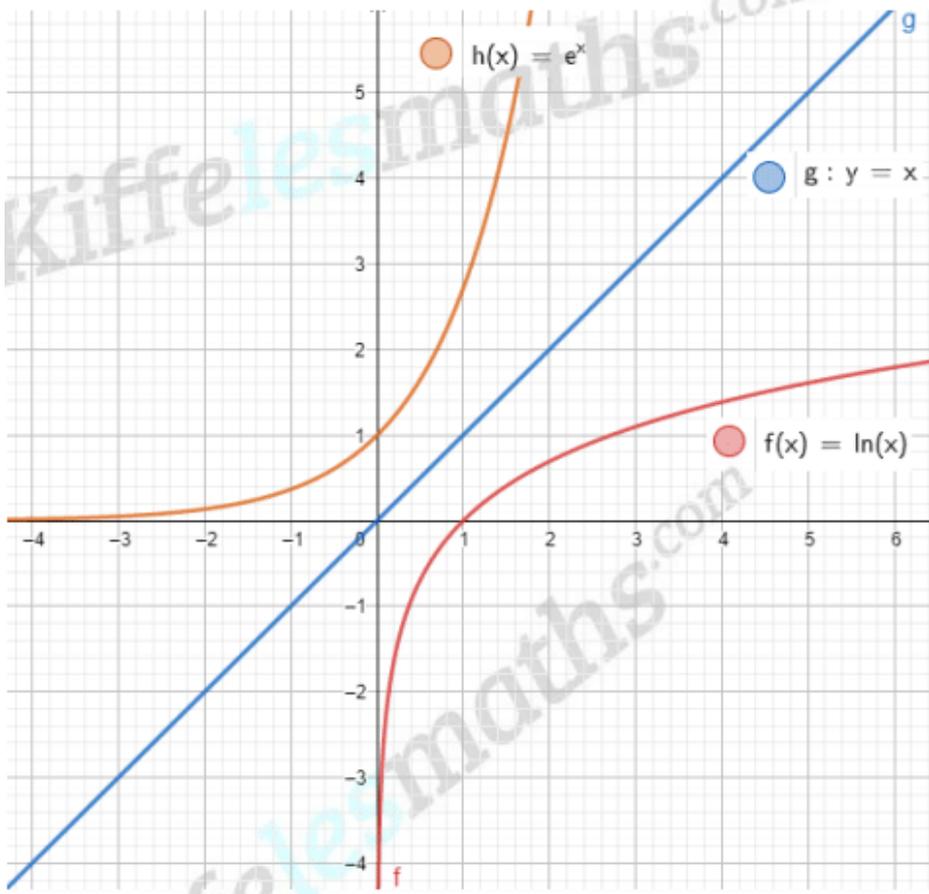
$\ln(x)$

الدالة اللوغارتمية:

هي الدالة العكسية لدالة الاسية
نبدأو برسم البياني باش تفهمو احسن
في معلم متعامد و متجانس $(0; +\infty)$



نجد الدالة اللوغارتمية نظيرة الدالة الاسية بنسبة
للمنصف الاول $x=y$



$$D =]0, +\infty [$$

مجال مجموعة التعريف : **Domaine**

$\ln(\text{truc})$ exist

هد يطرح اول مشكلة, هنا شرط مهم

موجود اذا

truc = شيء

$$\text{truc} > 0$$





اتجاه التغير :sens de variation

strictement croissante

الدالة اللوغارتمية متزايدة تماما



الصفر قيمة ممنوعة

| | | | |
|--------|-----------|---|-----------|
| x | 0 | 1 | $+\infty$ |
| ln'(x) | | + | |
| ln(x) | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |

لان الدالة غير معرفة عند 0

الاشارة :signe

| | | | |
|-------|---|---|-----------|
| x | 0 | 1 | $+\infty$ |
| ln(x) | - | 0 | + |

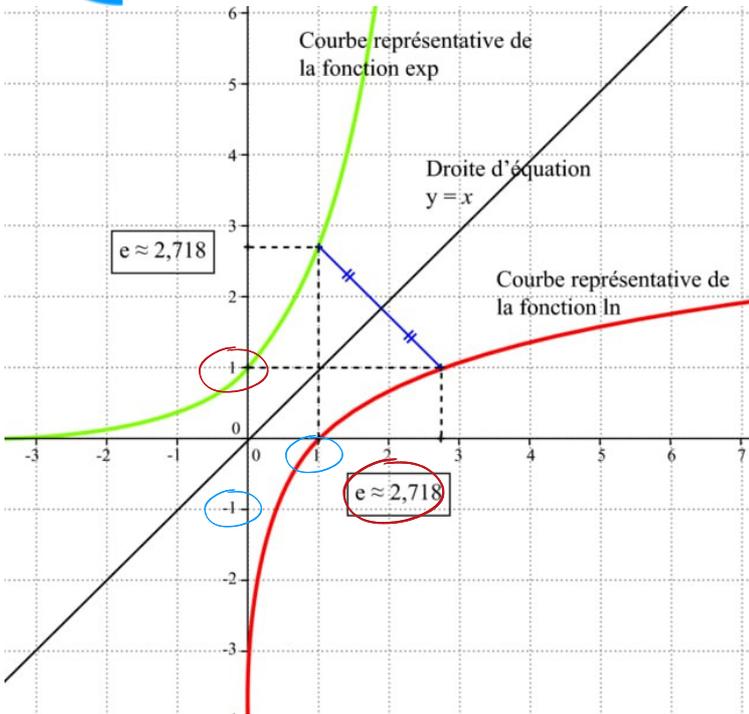


حذاري:

خطئ شائع الدالة اللوغارتمية ليست موجبة تماما

ما بداخل ln موجب و لكن هي ككل قبل 1 سالبة و بعد 1 موجبة

اهم القيم الملاحظة من المنحنى:



$$\ln(1)=0$$

$$\ln(e)=1$$



الخصائص الجبرية:

لدينا $a > 0$, $b > 0$

$$\ln e^a = a$$

$$\ln e^5 = 5$$

$$\ln a^n = n \ln a$$

$$\ln \sqrt{a} = \ln a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \ln a$$

حاجة مهمة هذ الخصائص صحاح من الجهتين

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln \frac{1}{b} = -\ln b$$

ملاحظة

"14" هنا لا نستطيع اختزال الاسية مع لـ ln لوجود عائق "14" :

نوقفو هنا شوية :

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \implies (\sqrt{a})^2 = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{2}{2}} = a^1 = a$$

تبسيط المعادلات باستخدام ما تعلمناه من خصائص:

$$B = \ln 4 + \ln \left(\frac{1}{8} \right)$$

$$= \ln \left(4 * \frac{1}{8} \right)$$

$$= \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$B = -\ln 2$$

$$A = \ln 3e - \ln 9$$

$$= \ln \left(\frac{3e}{9} \right)$$

$$= \ln \left(\frac{e}{3} \right)$$

$$= \ln e - \ln 3$$

$$A = 1 - \ln 3$$

نقدرو نحلوهم بعدة طرق مهم نتيجة تكون

$$C = \ln \left(\frac{x^2}{4} \right) + \ln(4x)$$

$$= \ln x^2 - \ln 4 + \ln 4 + \ln x$$

$$= \ln (x^2 * x)$$

$$= \ln (x^3)$$

$$C = 3 \ln (x)$$

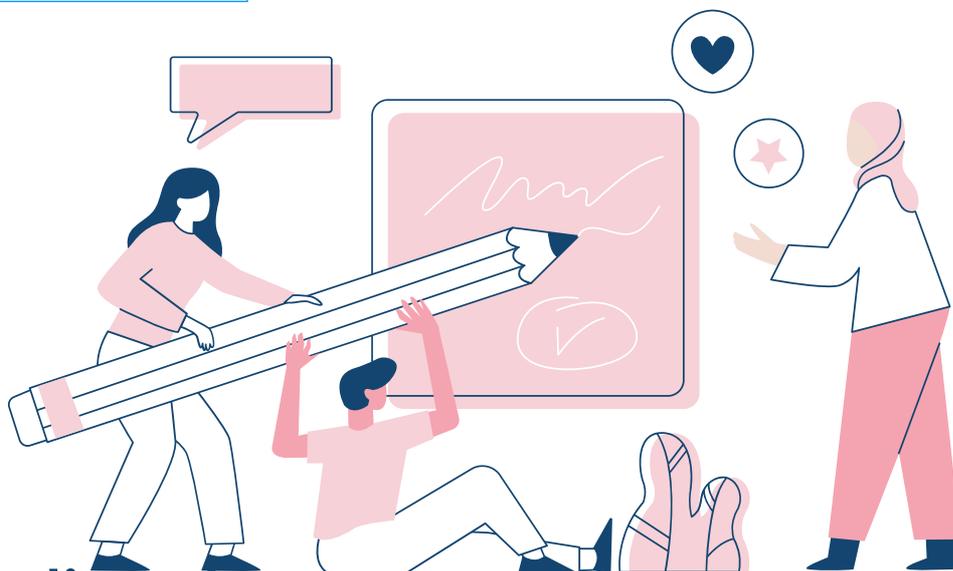
حاولو فيهم بطرق مختلفة و شاركو
المحاولات مع الاصدقاء على قناة

تيليجرام



متساوش ديرو ايطار للاجابتكم

باش تكونوا منظمين 🤖



المعادلات و المتراجحات

$$\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$$

$$\ln a \geq \ln b \Leftrightarrow a \geq b$$

لان دالة \ln متزايدة تماما
في مجال تعريفها

باش نحلو معادلة او متراجحة نحب نقسمها الى 3 خطوات

③ النتيجة

② نحل معادلة

① الشرط

امثلة 2:

$$B) \ln(3x+2) = \ln(x^2-2)$$

لأن \ln (truc)
 $truc > 0$

$$\text{الشرط } \begin{cases} 3x+2 > 0 \\ x^2-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > -2 \\ (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2/3 \\ *** \\ \text{(عفوا مكاش مكان)} \end{cases}$$

حذاري بزاف يغلطو هنا

$$x^2-2 = x^2-\sqrt{2}^2 = (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$$

نقدروا نديروا هكا و هذي
افضل طريقة في هد الحالة
مطابقة شهيرة 3

ماشي خطأ تدو x^2 للجهة تانية بصح تقدرنا تغلطو هنا

$$\left. \begin{array}{l} x^2 > 2 \\ x > \sqrt{2} \\ x > -\sqrt{2} \end{array} \right\} \text{خطا}$$

$$\begin{array}{l} \text{التصحيح} \\ x^2 > 2 \\ |x| > \sqrt{2} \Leftrightarrow x > \sqrt{2} \text{ و } x > -\sqrt{2} \end{array}$$

مزال مكملاش 😞

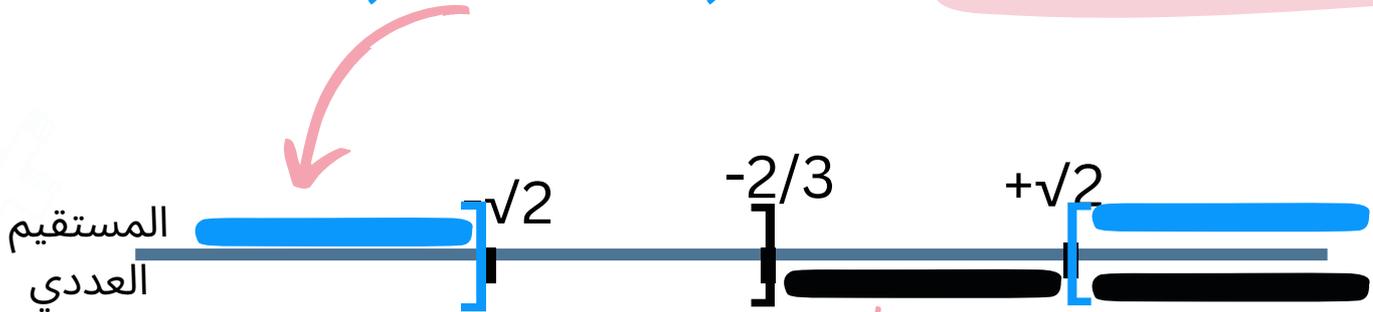
متساوش هنا ديرو جدول الاشارة

| X | | $-\sqrt{2}$ | $+\sqrt{2}$ | | |
|---------|---|-------------|-------------|---|---|
| x^2-2 | + | 0 | - | 0 | + |

(عفوا مكاش مكان درتها هنا فقط)

*** --> $]-\infty; -\sqrt{2}[\cup]+\sqrt{2}; +\infty[$

تقدرو كذلك تحسبو دالتا Δ



المستقيم العددي

بلاك تنساوه لي حسبناه من قبل $]-2/3; +\infty[$

المجال لي نديه وين يتلاقوا اللوين

هذا واش نقصد بشرط

هكا لقينا مجال لي معرفة فيه المساواة B

$$\mathcal{D} =]+\sqrt{2}; +\infty[$$

B) $\ln(3x+2) = \ln(x^2-2)$

الآن تقدرو نحلو المساواة

$$\ln(3x+2) = \ln(x^2-2) \Leftrightarrow 3x+2 = x^2-2 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0$$

Ok هنا بيان دور تع الشرط

$\Delta = 9 - 4 * (-4) = 25 > 0$ $X_1 = -1 \rightarrow \notin \mathcal{D}$ حل مرفوض في \mathcal{D}

$X_2 = 4 \rightarrow \in \mathcal{D}$ حل مقبول في \mathcal{D}

$$S = \{4\}$$

و هدي اخر خطوة 😊

متساوش ديرو ايطار للاجابة تاااكم

$$C) \ln(9-4x) \leq \ln(x-1)$$

حذاري واحد يتلفو كي يشوف هنا يروح يديرها هنا

نتفكروا الخطوات تاااا لنا الشرط,الحل,نتيجة

هد الخطوات طريقة تعلمتها (astuce) باش متخلطوش عجبني حبيت نشاركها معاكم 😊

$$(ش) \begin{cases} 9-4x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x > -9 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 9/4 \\ x > 1 \end{cases}$$

واش داخل ln موجب تماما

الشرط نخرج منو المجال المتراجحة



ندوا المجال لي يتلاقوا فيه لونين (هذا هو تقاطع المجالات)

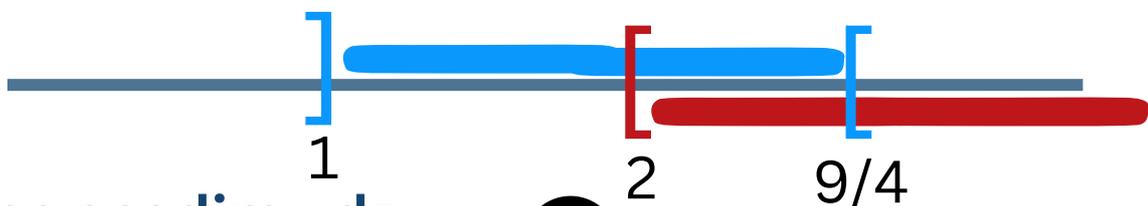
$$\mathcal{D} =] 1 ; 9/4 [$$

حل
مراجعة

$$9-4x \leq x-1 \Leftrightarrow -5x \leq -10 \Leftrightarrow x \geq 2$$

هنا بزاف يغلطوا يحبسوا هنا على هدي قسمت الحل لخطوات

هذا الحل $x \geq 2$ نشوفوا اذا ينتمي للمجال \mathcal{D}



النهايات الشهيرة:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \ln \frac{x}{x-1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{(1+x)}{x} = 1$$

الاشتقاق:

$$(\ln u)' = u'/u$$

$$(\ln x)' = 1/x$$

مثال:

$$(\ln (x+5))' = 1/(x+5)$$

نحلوا هدي كيف كيف (فيها فخ)

$$b) f(x) = x \ln x + e$$

$$u(x) = x \quad u'(x) = 1$$

$$v(x) = \ln x \quad v'(x) = 1/x$$



$$f'(x) = \ln x + x * 1/x$$

$$f'(x) = \ln x + 1$$

$$f'(x) = 1 + \ln x$$

دوك واحد يقولي نسيتي الاسية
حذاري تغلطوا هد الغلطة هنا e ماشي
دالة , عدد ثابت = 2.718 ومشتق عدد
ثابت 0

Quiz



علاش مشتق عدد ثابت صفر "0"

الان الاشتقاق يمثل تغيير

و بما ان العدد ثابت اي ميتغيرش المشتق تاكو يكون معدوم

و كي تلحقوا لميكانيك في الفيزياء تفهموه احسن
في حساب تغيير السرعة بنسبة لزمان ... الخ

