سلسة في الدّوال اللوغاريتمية التي وردت في امتحانات الباكالوريا من 2008 إلى 2021

من إعداد: أ.عامر جمّال

amercena2022@gmail.com

.

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرس

تمرين 1

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1. احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$
   واستنتج جدول تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.
3. أحسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$.
نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.
   ب) باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ،برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(u)}{u}=0$.
   جـ) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   د) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
   هـ) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.
2. بين انه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$; $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
3. بين ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $3,3$ و $3,4$.
4. أرسم (C_f) .

باكالوريا علوم تجريبية 2009

5. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها:
   $y=x-1$; $x=0$ و $x=1$.

تمرين 2

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\dfrac{1}{2};\infty\right[$ بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} f(x)$.

2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$.

4) أ) أثبت انه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل:
$f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب)استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتيمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم (C) و (C_f) .

باكالوريا علوم تجريبية 2010

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x) = f(x) - x$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} g(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ)احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α .
تحقق أن $2 < \alpha < 3$
ب)ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d) .

5) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n = f\left(1 + \dfrac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد n التي من أجلها يكون: $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

تمرين 3

لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي: $f(x) = x + 5 + 6\ln(\dfrac{x}{x-1})$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x)$ ،ثم فسّر النتيجة هندسيا. ب- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ، $f'(x) = \dfrac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$.
استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ-بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.
ب-ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين α و β حيث $-3,5<\alpha<-3,4$ و $-1,1<\beta<-1$.

باكالوريا علوم تجريبية 2012

5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

6) أ-نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$.
بيّ أن $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln(\frac{3}{4})$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .
ب-بيّن أنّ المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتيها.

7) لتكن g الدالة المعرّفة على $]-\infty;0[$ كما يلي: $g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x)$.
بيّن أنّ g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

تمرين 4

I) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1) ادرس تغيّرات g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) استنتج أنه،من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$: $f(x)=x-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.(وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}f(x)$ فسّر النتيجة بيانيا.
ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

باكالوريا علوم تجريبية 2013

2) أ)بيّن أنّه،من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f .
ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ،ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
جـ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ،ثمّ تحقق أن $0<\alpha<0,5$.

3) أ)بيّن أنذ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) نقبل المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 .

أ)احسب x_0 .

ب)ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

ج)عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلّين متمايزين.

تمرين 5

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; فسّر النتيجتين هندسيا.

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم Δ الذي معادلته: $y = 1$.

ب)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

جـ)بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0,4} < \alpha < e^{-0,3}$

3) أنشئ (T) و (C_f) .

باكالوريا علوم تجريبية 2014

4) لتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$.

و ليكن تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ)بيّ أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x) - h(-x) = 0$.ماذا تستنتج ؟

ب)أنشئ المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f) .

جـ)ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$.

تمرين 6

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثمّ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x) > 0$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ-بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب-شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3) اكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1 .

4) أ-بيّن أنّ (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب-ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .

باكالوريا علوم تجريبية 2016

5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثمّ المنحنى (C) .

6) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y=mx-m$ معادلة له.

أ-تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي m ،النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) .

ب-ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$.

7) أ-جد دالة أصلية للدالة $x\mapsto \dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب-احسب I_n مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي $(n>1)$.

ج-عيّ أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ: $I_n>2$.

تمرين 7

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\dfrac{2}{3}x+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. بيّن أنّ الدالة f فردية ثم فسّر ذلك بيانيا.

2. احسب النهايات التالية $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3. أ)بيّن أنّه من أجل كل x من D ، $f'(x)=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{x^2+2}{x^2-1}\right)$.

ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4. بيّن انّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,8<\alpha<1,9$.

5. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = \frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

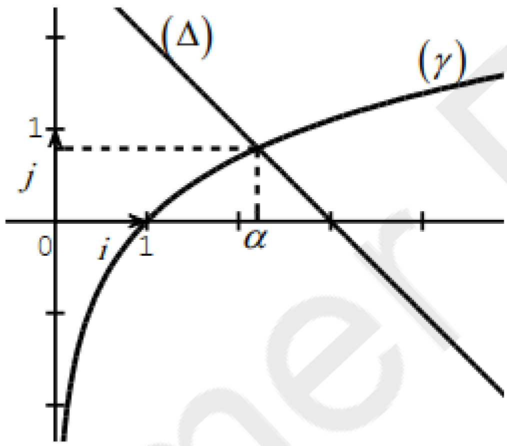
6. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

باكالوريا علوم تجريبية 2017

7. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:
$(2-3|m|)x + 3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$.

تمرين 8 المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x+3$;
α هي فاصلة نطقة تقاطع (γ) و (Δ) .



1) بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\left]0;+\infty\right[$.

2) g الدالة المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـ:
$g(x) = x - 3 + \ln x$.
استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

3) تحقّق أن: $2,2 < \alpha < 2,3$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـ: $f(x) = \left(1-\frac{1}{x}\right)(\ln x - 2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنّه من اجل x من $\left]0;+\infty\right[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$;ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أنّ: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$;ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل; ثمّ أنشئ (Cf) على المجال $\left]0;e^2\right]$.

III) F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $\left]0;+\infty\right[$ و التي تحقّق: $F(1) = -3$.

1) بيّن أنّ منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يُطلب تعيين فاصلتيهما.

باكالوريا علوم تجريبية 2015

2) بيّن أنّ $x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $\left]0;+\infty\right[$; ثمّ استنتج عبارة الدالة F .

تمرين 9 باكالوريا علوم تجريبية 2017 (الدورة الاستثنائية)

I) نعتبر f الدالة العددية المعرّفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أ) بيّن أنّ:من أجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=\dfrac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$ ،ثمّ استنتج إشارة $f(x)$.

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها،ثمّ أنشئ (C_f) .

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=2\left[-x+\ln(2x+1)\right]$.

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $1,2<\alpha<1,3$

جـ) استنتج إشارة $g(x)$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 : $I_n=\displaystyle\int_n^{n+1} f(x)\mathrm{d}x$.

- أثبت أن: من أجل كل $x\geqslant\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\dfrac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

تمرين 10

f الدّالة العددية المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{x-2}+\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} f(x)$ ثم فسّر النتائج بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ وشكّل جدول تغيُّراتها.

3) نسمي (Γ) المنحنى البياني للدّالة اللّوغاريتمية النّيبيرية "ln" في المعلم السابق.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln x\right)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنّسبة إلى المنحنى (Γ) .

4) ارسم بعناية المنحنى (Γ) ثمّ المنحنى (C_f) .

5) H الدّالة المعرفة على المجال $]3;+\infty[$ بـ: $H(x)=\int_3^x \ln(t)dt$ حيث t متغيّر حقيقي موجب تماما.

أ)باستعمال المكاملة بالتّجزئة،عيِّن عبارة $H(x)$ بدلالة x .

ب)احسب A مساحة الحيِّز المستوي المحدَّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x=3$ و $x=4$.

باكالوريا علوم تجريبية 2019

6) g الدّالة المعرّفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ: $g(x)=f(-2x)$.

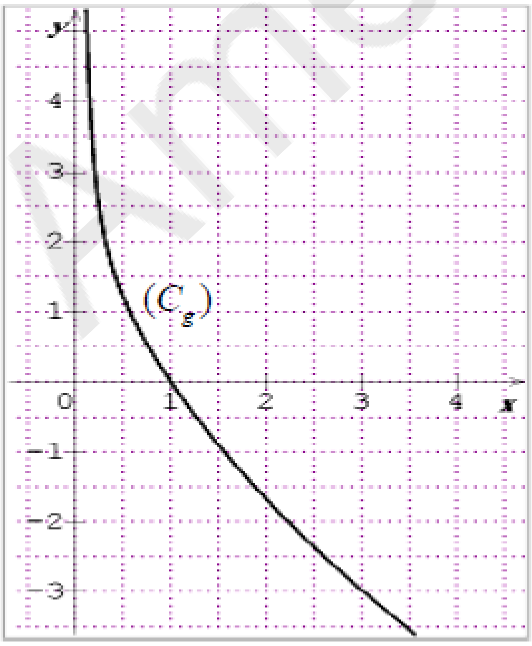
دون حساب عبارة $g(x)$ حدّد اتجاه تغيّر الدالة g على مجموعة تعريفها.

تمرين 11

I - g الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{x}-(\ln x)^2-\ln x-1$ و (C_g) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبيّن في الشكل المقابل:

-احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $g(x)$.

II - f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.



باكالوريا علوم تجريبية 2018

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أ)بيّن أنّه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$.

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ $y=\left(\frac{e^2}{e-1}\right)x-\frac{e}{e-1}$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس (T) والمنحنى.

4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x)=e^2x-me$ حلّين متمايزين.

III - n عدد طبيعي حيث $n>1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=n$.

1) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$: $I_n = \ln(1 + n\ln n)$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n) .

تمرين 12

الدالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $(\mathcal{C}_f)$.

f التمثيل البياني لـ f في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

(تُؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1) أ. احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ثمّ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

ب.بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

جـ. ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) الدالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$.

أ.بيّن أنّ g متزايدة تماما على $]0,+\infty[$.

ب.احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

3) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ التمثيل البياني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ،ويُطلب تعيين معادلة له.

5) أنشئ (T) ، (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

باكالوريا علوم تجريبية 2020

6) الدالة العددية h معرّفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = -|x| + 1 + \dfrac{\ln|x|}{x^2}$.

أ .بيّن أنّ h دالة زوجية.

ب.اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى $(\mathcal{C}_h)$ الممثّل للدالة h انطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$. (لا يُطلب انشاء $(\mathcal{C}_h)$)

تمرين 13

I) الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

2) أ.بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقِّق: $0,7 < \alpha < 0,8$

ب.استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-1+\ln\left(1+\frac{1-x}{x^2}\right)$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

1) أ. بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ ثم فسِّر النتيجة هندسيا.

ب.احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

2) أ.بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x^2-x+1)}$

ب.استنتج أنّ f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;0[$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$.

جـ. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل لـ (C)

ثمّ ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

باكالوريا علوم تجريبية 2021

4) بيّن أنّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة 2 ثمّ اكتب معادلة له.

5) بيّن أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تُحقِّق: $-0,5<\beta<-0,4$

6) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C) . (نأخذ: $f(\alpha)\approx 0,87$).

تمرين 14

g الدالة المعرفة على المجال $]0;\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-1-2\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ وحدة الطول هي $4cm$.

باكالوريا رياضيات 2010

1 - احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$

ثم فسر النتيجة هندسيا.

2 - أ- بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

ب-ادرس تغيرات الدالة g .

جـ-احسب $g(1)$.

د-برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما α حيث: $3,5<\alpha<3,6$

هـ-استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.

3) f الدالة العددية المعرفة على $]0;\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=x^2+x+x^2\ln x; x>0 \\ f(0)=0\end{cases}$.

أ- احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب-احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ-بيّن أنه من اجل كل x من $]0;\infty[$ فإنّ: $f'(x)=xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ،واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

د-شكل جدول تغيرات الدالة f ، بين أن: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ واستنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

4 - ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$.

تمرين 15

1/ g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln x^2$

أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ في المجال. $]0;+\infty[$

2/ f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=(1-\frac{1}{x^2})\ln x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

أ/ بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وأن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ (δ) المنحنى الممثل للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (δ) ثم جد $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج ؟

- ارسم (δ) و (C_f) .

باكالوريا رياضيات 2011

3/ أ/ x عدد حقيقي من المجال $]1;\infty[$ ،باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_t^x \frac{1}{t^2}\ln t dm$

- تحقق أنّ: $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]1;\infty[$.

- استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;\infty[$.

ب/ α عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

احسب بدلالة α المساحة $\mathcal{A}(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\alpha$ ،ثم احسب $\lim_{\alpha\to+\infty}\mathcal{A}(\alpha)$

تمرين 16

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي: $g(x)=2\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$.

1) ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α يحقق: $-0,8<\alpha<-0,7$.

3) عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$.

باكالوريا رياضيات 2012

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ: $h(x)=\left[g(x)\right]^2$.

أ-احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب-عيّن إشارة $h'(x)$ ،ثم شكّل جدول تغيرات الدالة h .

II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)}; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

1) بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر ، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

2) أ-بيّن أنه من أجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{\left[\ln(x+1)\right]^2}$،
ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
ب-بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$.
جـ-احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ ،ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ-بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;3]$ فإن: $x-\ln(x+1)\geqslant 0$.
ب-ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) .

4) عيّن معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3 .

5) ارسم (T) ، (T') و (C_f) .

6) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

تمرين 17

I -

1. الدالة u معرّفة علي المجال $]0;+\infty[$ بـ: $u(x)=e^x-3x+4-e$.
أ-ادرس اتجاه تغيّر الدالة u .
ب-بيّن أنّه،من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $e^x-e>3x-4$.

2. الدالة v معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$.
أ.بيّن أنّ: $v'(1)=0$.(يرمز v' إلى الدالة المشتقة للدالة v)
ب.أثبت أنّه،من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)\leqslant 0$.
جـ-استنتج،أنّه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $3x-4\leqslant\dfrac{-1+\ln x}{x^2}$.

3. أثبت أنّه،من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $e^x-e+\dfrac{1-\ln x}{x^2}>0$.

II - الدالة f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=e^x-ex+\frac{\ln x}{x}$.
$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

باكالوريا رياضيات 2013

1. احسب: $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
2. بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ،ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
3. احسب $f(1)$ ،ثمّ مثّل المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]0;+\infty[$.
(نأخذ: $f(2)\approx 2,3$ ، $f(1,64)\approx 1$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)\approx 5,75$).
4. احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=\frac{1}{2}$ و $x=2$.

تمرين 18

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$
أ)ادرس تغيرات الدالة f
ب)اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e
(حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري)
جـ)عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0;\infty[$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\ln x$
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

باكالوريا رياضيات 2014

أ)ادرس تغيرات الدالة g
ب)عيّن الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0;e^2]$

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x\,(\ln x)-2x\ln x+2x$
أ)احسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة: $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;\infty[$
ب)احسب العدد $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$

تمرين 19

f الدالة المعرّفة بـ: $f(0)=1$ ،ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x)=1-x^2\ln x$.
$(\mathcal{C}_f)$ منحنى الدالة f الممثل في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ)ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.
ب)احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)-1}{x}$ ،ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ،ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) أ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]0;\infty[$.
ب)تحقّق أنّ $1,531 < \alpha < 1,532$

باكالوريا رياضيات 2015

4) نعتبر الدالة g المعرّفة على: $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$. $(\mathcal{C}_g)$ المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$
أ) ادرس شفعية الدالة g . ب)أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ على المجال $[-2;2]$.

5) باستعمال المكاملة بالتجزئة،عيّن الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto x^2\ln x$ المعرّفة على المجال $]0;\infty[$ ،و التي تنعدم من أجل القيمة 1 .

6) t عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$ ،نضع $F(t) = \underset{t}{\overset{\alpha}{\inf}} f(x)\mathrm{d}x$.
أ)اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α .
ب)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $]0;\alpha]$ ، $F(t) = \frac{-3tf(t) - t^3 - 6t + \alpha^3 + 6\alpha}{9}$.
جـ)احسب $\lim\limits_{t \overset{>}{\to} 0} F(t)$.

7) m عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$. $\sigma(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O ونصف القطر m .
نفرض أنّ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_g)$ ،حامل محور الفواصل و المستقيمين اللّذين معادلتيهما على الترتيب: $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ ،هي: $\mathcal{A}$ حيث: $\mathcal{A} = \frac{2}{9}\left(\alpha^3+6\alpha\right) ua$
(ua وحدة المساحات).
أ)عيّن القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\sigma(m) = 2\mathcal{A}$.
ب)علما أنّ $3,140 < \pi < 3,142$ أعط حصرا للعدد m .

تمرين 20

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 + 2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0,52;0,53[$ حلّا وحيدا α .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{3+2\ln x}{x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$.
ب)شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
جـ)تحقّق أنّ: $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثم عيّن حصرا له.

3) أ)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\Big[f(x)+x\Big]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.
ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ) .
جـ)بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) نقبل أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث: $0,22<x_0<0,23$
و $2,11<x_1<2,13$　أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) .

5) m وسيط حقيقي.ناقش بيانيا و حسب قيم m ،عدد حلول المعادلة: $3+2\ln x-mx=0$.

III) من أجل عدد طبيعي n نضع: $u_n=\displaystyle\int_{e^n}^{e^{n+1}}\Big[f(x)+x\Big]\mathrm{d}x$.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

2) أعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0 .

3) احسب u_n بدلالة n .　　باكالوريا رياضيات 2016

4) نضع: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$. احسب S_n بدلالة n .

تمرين 21

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{1}{x}-\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76;1,77[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{x-\ln x};x>0\\ f(0)=0\end{cases}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين ، ثم احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسّر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = x - \ln x$

أ) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x) > 0$ ، واستنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 1$.

ب) ارسم (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 2,31$)

باكالوريا رياضيات 2017

5) لتكن الدالة F المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $F(x) = \int_1^x f(t)\mathrm{d}t$.

- بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geqslant 1$ ، $\frac{1}{x} + 1 \leqslant f(x) \leqslant f(\alpha)$.

- أعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصراله.

تمرين 22 باكالوريا رياضيات 2017 (الاستثنائية)

I) نعتبر الدّالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = x + 2 - \ln x$.

ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}^\star$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{2}\left(-x + e - \frac{ln\,(x^2)}{x}\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$ حيث $||\overrightarrow{i}|| = 1cm$

1) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f .

2) أ) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x)$ ،ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x)$.

ج) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثمّ ادرس وضعية (C_f) بالنّسبة إلى (Δ) .

4) أ) أثبت أنّه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثمّ جِد معادلة لكلٍّ منهما.

ب)بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $2<\alpha<2,1$ و $-0,5<\beta<-0,4$.

5) ارسم المماسين و المستقيم (Δ) ثمّ المنحنى (C_f) .

6) باستعمال المنحنى (C_f) ،عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $x(e-2m)=ln(x^2)$ حلّا وحيدا.

7) نرمز بـ $\mathrm{A}(\alpha)$ إلى مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=\alpha$ ، $x=1$ و $x+2y=e$.
تحقّق أنّ: $\mathrm{A}(\alpha)=\dfrac{1}{2}(\ln\alpha)^2cm^2$.

تمرين 23

f الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $\begin{cases} f(x)=x+1-\dfrac{1}{\ln x}; x\in\mathbb{R}_+^\star-\{1\} \\ f(0)=1 \end{cases}$

(يرمز بـ: $\ln$ إلى اللوغاريتم النيبيري)

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ/بيّن أنّ f مستمرة عند 0 بقيم أكبر.
ب/احسب $\lim\limits_{h\overset{>}{\to}0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ ثم النتيجة هندسيا.

2) أ/احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$.
ب/ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقارباَ مائلاَ (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1,49<\alpha<1,5$
ثم بيّن أنّ معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y=\left(\alpha+3+\dfrac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$

5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

باكالوريا رياضيات 2018

6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $h(x)=1-x+x\ln x$.
أ/بيّن أنّ الدالة h متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$ و استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $[1;+\infty[$.
ب/بيّن أنّه من أجل كل $x>1$: $f(x)-x+\dfrac{1}{x\ln x}=\dfrac{h(x)}{x\ln x}$
واستنتج أنه من أجل $x>1$: $x-\dfrac{1}{x\ln x}<f(x)<x+1$.

7) $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز من المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\alpha$ و $x=e$. (e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

-بيّن أنّ $\frac{1}{2}(e^2-\alpha^2)-\ln(\alpha+1)<\mathcal{A}<\frac{1}{2}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$.

$\boxed{\text{تمرين } 24}$

f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. الوحدة $3cm$

1) برهن أنّ:
- إذا كان: $x>1$ فإن: $1-x-2x\ln x<0$
- إذا كان: $0<x<1$ فإنّ: $1-x-2x\ln x>0$

2) أ)أثبت أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.
ب)ادرس الوضع النسبي لـ : (Δ) و (C_f) .

3) أ)احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ باكالوريا رياضيات 2019
ب)ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أ) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ) .
ب)أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقّق أن: $1,76<\alpha<1,77$
جـ)اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$.
-ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثمّ المنحنى (C_f) على المجال $[0;\alpha[$.

5) m وسيط حقيقي،ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $x^2\ln x+m=0$ في المجال $]0;\alpha]$.

6) λ عدد حقيقي حيث: $0<\lambda<1$ ،نعتبر: $\mathrm{A}(\lambda)=\int_{\lambda}^{1}-x^2\ln x\mathrm{d}x$
أ)باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $\mathrm{A}(\lambda)$ بدلالة λ .
ب)احسب $\lim_{\lambda\overset{>}{\to}0}\mathrm{A}(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

$\boxed{\text{تمرين } 25}$

الدالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln\left(\sqrt{9x^2+1}+3x\right)$.
ليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ.احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ،ثمّ بيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

ب.بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = \dfrac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$.

ج.استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = f(x) - x$.

أ.بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

ب.بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $g'(x) = \dfrac{-9x^2+8}{\left(\sqrt{9x^2+1}\right)\left(3+\sqrt{9x^2+1}\right)}$

ج.ادرس اتجاه تغيّرالدالة g على المجال $[0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها (نأخذ $g\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right) \approx 0,8$)

3) أ. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\dfrac{2\sqrt{2}}{3};+\infty\right[$ ثمّ تحقّق أنّ: $2,83 < \alpha < 2,84$

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $[0;+\infty[$.

ج.جدّد الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ و المنحنى (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.

4) نعتبر الدالة k المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $k(x) = \ln(6x)$ و ليكن (γ) منحناها البياني في المعلم السابق.

أ.بيّن أنّ (γ) هو صورة منحنى الدالة: $x \mapsto \ln x$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه

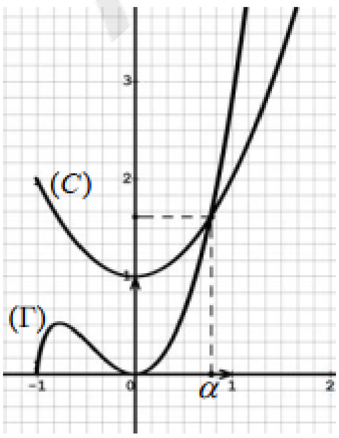
ب.احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - k(x)]$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.

5) أ.بيّن أنّ الدالة f فردية. باكالوريا رياضيات 2020

ب.انشئ كلا من (Δ) ، (γ) و (C_f) على المجال $[0;+\infty[$ ثمّ استنتج انشاء المنحنى (C_f) على $\mathbb{R}$.

تمرين 26

I) المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس.



في الشّكل المقابل (C) و (Γ) هما على التّرتيب التّمثيلان البيانيان للدّالتين العدديتين المعرّفتين على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$x \mapsto 1 + x^2$ و $x \mapsto 2x(1+x)\ln(1+x)$

(C) و (Γ) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تُحقِق: $0,78 < \alpha < 0,79$

الدّالة العددية g معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(1+x)$$

1) بقراءة بيانية، حدِّد حسب قيم x من المجال $]-1;+\infty[$ وضعية (C) بالنسبة إلى (Γ)

2) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1;+\infty[$ إشارة $g(x)$

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{1+x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (الوحدة: $2cm$)

1) أ. احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

ب. فسّر النّهايتين بيانيا.

2) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

جـ. بيِّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ثمّ استنتج حصرا لِ $f(\alpha)$ د. اكتب معادلة لِ (T) مماس المنحنى (C_f) عند المبدأ O

3) ارسُم (T) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\approx 0,36$)

4) الدّالة العددية h معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بيّن أنّ الدّالة h زوجية.

باكالوريا رياضيات 2021

ب. بيِّن أنّ الدّالة h غير قابلة للاشتقاق عند الصفر ثمّ فسّر ذلك بيانيا.

جـ. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثمّ ارسمه.

تمرين 27

1) g دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x+\ln x$

أ)احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

ج)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فإن $g(x)\neq 0$.

2) لتكن f دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{6\ln x}{2x+\ln x}$

أ)بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $\dfrac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x\in[1;+\infty[$.

ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

ج)ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f

باكالوريا تقني رياضي 2009

د)شكّل جدول تغيّرات f ،ماهي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟

هـ)جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث $(\mathcal{C}_f)$ يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

3) نعتبر الدّالة h المعرّفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=f(e^x)$ و $(\mathcal{C}_k)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.
أ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة h .
ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى $(\mathcal{C}_k)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 .
ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_k)$ في نفس المعلم السابق.

تمرين 28

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1/ عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2/ g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ، فسّر النتيجتين هندسيا.
(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
(ج) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$.
(د) أنشئ (C_g)

باكالوريا تقني رياضي 2011

3/ (ا) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{1+\ln 2x}{2x}$. احسب $h'(x)$.
(ب) تحقّق أن: $g(x)=\dfrac{1}{4x^2}+\dfrac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

تمرين 29

I - g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1- عيّن a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4 .
2- نضع $a=-2$ و $b=2$.
أ) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
ب) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II - f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln(x)}{x}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.
(وحدة الطول $2cm$).

باكالوريا تقني رياضي 2012

1- أ)احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

جـ)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ)بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-2$ مقارب لِـ (C_f)،ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ب)بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ،ثم جِد معادلة له.

جـ)ناخذ $\alpha=1,25$. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث:
$0,6<x_1<0,7$ و $2,7<x_2<2,8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .

3- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$.

تمرين 30

I - الدّالة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31<\alpha<0,32$ وأن:

$$\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II - الدّالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)^2+\left(2-\ln(x+1)\right)^2$.
(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}$.

2) أثبت أنّه،من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$.

3) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ،ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

4) بيّن أنّ: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$ ،ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) مثّل المنحنى (C_f) على المجال $]-1;2]$.

III - (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=\ln(x+1)$.
A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من Γ فاصلتها x .

1) أثبت أن المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$.

2) الدّالة k معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $k(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ)بيّن أنّ للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$.

ب)عيّن إحداثيي النقطة B من (Γ) ،بحيث تكون المسافة AM أصغر مايمكن.

جـ)بيّن أنّ: $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

باكالوريا تقني رياضي 2013

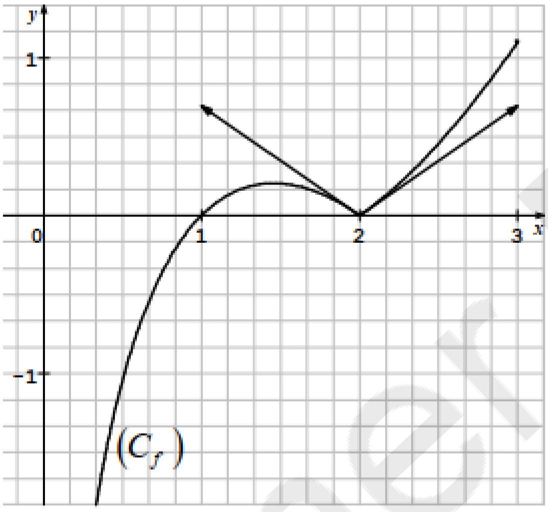
تمرين 31　المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بِـ: $g(x)=x\ln x+x$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) أ)بيّن أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$ ثم تحقق أن $1,45<\alpha<1,46$

ب)استنتج إشارة $g(x)-2$



II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ : $f(x)=|x-2|\ln x$

1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

2) أثبت صحة تخمينك

باكالوريا تقني رياضي 2014

3) أدرس تغيرات الدالة f

III) h الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي: $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

1) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) ; حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

2) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)

تمرين 32

I) h الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي : $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} h(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

3) استنتج أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x) > 0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + 1 + \dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $1cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ)بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$
ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ،ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) أ)أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.
ب)ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .
ج)احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y = 0$ ، $x = -1$ و $x = 1$.

III) g الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بِـ : $g(x) = |x+1| + \dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} \dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} \dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$; ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟

2) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

باكالوريا تقني رياضي 2015

3) انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين 32 باكالوريا تقني رياضي 2016 (رقم 1)

I) g الدالةالعددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = \dfrac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.
ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّا وحيدا α حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$.
ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
ب- بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة a .
نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h(x)=f(x)-\left[f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)\right]$
أ- تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $h'(x)=f'(x)-f'(\alpha)$.
ب- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغيّر h على $]-1;+\infty[$.
جـ- حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a) .

4) أ- بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.
ب- ارسم المماسين والمنحنى (C) .

5) نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $H(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1)-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x$.
أ- بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.
ب- احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

تمرين 33 | باكالوريا تقني رياضي 2016 (رقم 2)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x\ln x$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلّا وحيدا α حيث: $3,5<\alpha<3,6$.

3) استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ ، حيث: $\|\overrightarrow{i}\|=2cm$ و $\|\overrightarrow{j}\|=4cm$.

1) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$.

2) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

ب- بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ج-اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

د- احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ،فسّر النتيجة هندسيا.

3) أ- بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$.

ب- استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2})

ج-ارسم (C_f) .

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي:

$$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)\ \dots\ (E)$$

أ- تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة: $f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$.

ب-عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^\star$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{\ln|(|x)}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ-بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب-ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

تمرين 34

لتكن الدالة العددية f المعرّفة على D_f حيث $D_f=]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=-2x+3+2\ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}f(x)$ ، ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x)=-2-\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f

3) أ)تحقق أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x)\in D_f$ و $f(3-x)+f(x)=0$.

ب) استنتج أنّ (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثييه.

4) اثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,45;0,46[$ ثم استنتج أنّها تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصر له.

5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) ،ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

6) ارسم (Δ) و (C_f) .

باكالوريا تقني رياضي 2017

7) بيّن أنّ الدالة: $h :\mapsto (x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x\mapsto \ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$ على $]-2;+\infty[$.
ثم احسب بدلالة β مساحة الحيّز المستوي المُحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:
$y=-2x+3$ ، $x=\beta$ و $x=\alpha$.

تمرين 35 — باكالوريا تقني رياضي 2017 (الاستثنائية)

I) لتكن الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2-\ln x}{x^2}$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71<\alpha<1,72$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-\dfrac{1}{2}x+2+\dfrac{-1+\ln x}{x}$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ حيث $||\overrightarrow{i}||=1cm$.

1) أ)احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب)ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3) " نقبل أنّ $f(\alpha)\approx 0,87$ و $f(\beta)=f(\gamma)=0$ حيث $0,76<\beta<0,78$ و $4,19<\gamma<4,22$ "
- أنشئ في المعلم السّابق المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1<\lambda\leqslant e$ ، نرمز بـ $\mathcal{A}(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللّذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=\lambda$.
أ) احسب $\mathcal{A}(\lambda)$ بدلالة λ .
ب) عيّن قيمة λ حيث $\mathcal{A}(\lambda)=\dfrac{1}{2}cm^2$.

تمرين 36

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;1[$ بـ : $g(x) = 2 - x + \ln x$.

1) أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g(x)$ على المجال $]0;1[$.

ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,15 < \alpha < 0,16$.

2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{1-2x+\ln x}{x-1}$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \dfrac{1-2x}{x-1} + \dfrac{\ln x}{x-1}$)،ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

باكالوريا تقني رياضي 2018

2) أ)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g\left(\dfrac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$.

ب) بيّن أن f متزايدة تماما على $\left]1, \dfrac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\dfrac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ،ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y = -2$.

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right) \approx -1,8$).

5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلّين متمايزين.

تمرين 37

I) g الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x\ln x)$
احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \ln(x+1) + \dfrac{e\ln x}{x+1}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب)بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

ج)استنتج اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة لـ (Γ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

3) أ)بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

ب) تحقّق أنّ: $0,7 < \alpha < 0,8$.

4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0;+\infty[$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln(x+1))$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب)ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

ج)ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f) .

باكالوريا تقني رياضي 2019

5) m وسيط حقيقي ، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = \dfrac{1+e}{2}x - m$ حلين متمايزين.

6) نقبل أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x < x+1$.

أ)بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$.

ب)تحقّق أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ الدالة $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$.

ج) S مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = e-1$ و $x = e^2-1$.

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بيّن أنّ $(e^2-e)\ln 2 < S < e^3$.

تمرين 38

I) الدالة العددية g معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = -1 + x + 2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .

2) احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{-1+(x-2)\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أ. احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب.احسب $\lim\limits_{x\to6\infty} f(x)$

باكالوريا تقني رياضي 2020

2) أ.بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب.عيّن اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) ليكن (Γ) المنحنى البياني الممثّل للدالة: $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

أ.احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ،ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب.ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ) .

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β ، ثمّ تحقّق أنّ: $0,5 < \alpha < 0,6$ و $2,9 < \beta < 3$.

5) ارسم (Γ) ثمّ (C_f) .

تمرين 39

I) الدّالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 2\ln x - 1 - \dfrac{1}{x^2}$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

2) أ.بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,89 < \alpha < 1,90$

ب.استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -x - 2 + \dfrac{3 + 2\ln x}{x}$

(C) التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

(وحدة الطول $2cm$)

باكالوريا تقني رياضي 2021

1) أ.احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب.احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) أ.بيّن أنّه من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{1}{x^2}g\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب. بيّن أنّ الدّالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0;\dfrac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على المجال $\left[\dfrac{1}{\alpha};+\infty\right[$

جـ-شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) أ. احسب $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - (-x-2)\right]$ ثمّ استنتج أنّ (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يُطلب كتابة معادلة له.

ب. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ)

4) بيّن أنّ (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثمّ اكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عند A

5) ارسم (T) ، (Δ) و (C) (نأخذ $\dfrac{1}{\alpha} \simeq 0,53$ و $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right) \simeq 0,73$)

6) الدّالة h معرّفة على $\mathbb{R}^\star$ بـ : $h(x) = |x| + 2 - \dfrac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بيّن أنّ الدّالة h زوجية.

ب. تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x) = -f(x)$

جـ. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثمّ ارسمه.

.

-تمّت و الحمدُ لله-