ONLINE ACADEMY Dzair

الدوال الاسية

L'exponentielles

PDF

https://onlineacademydz.com/

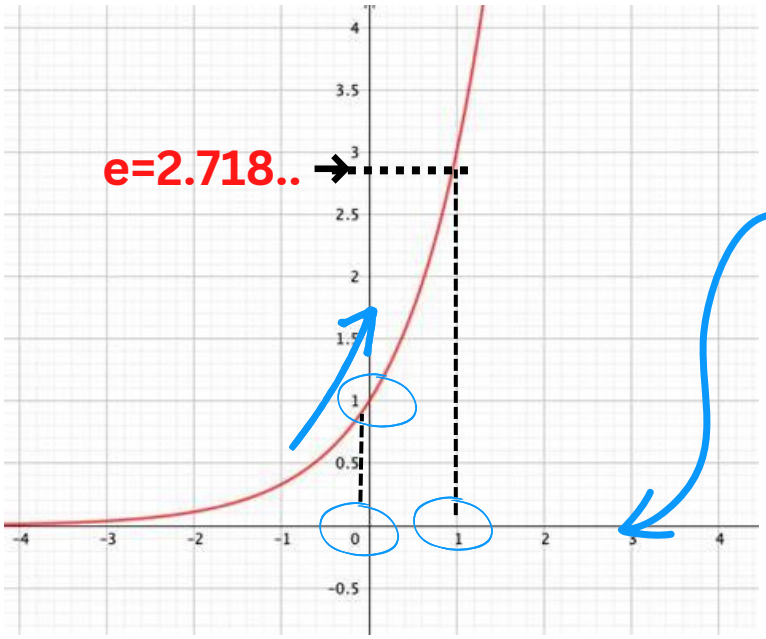
الدالة الاسية النيبيرية

1. التعريف :

رمزها exp اساسها e و هي الدالة الوحيدة المعرفة و القابلة للاشتقاق على R التي تحقق مايلي :

واش معنتها هدي

بالمنحنى البياني تتوضح الامور



1.معرفة على R :تدي اي قيمة لxمنR سواءا كانت موجبة او سالبة (عكس الدالة الجذر التربيعي لاتقبل قيم سالبة مثلا)

هدي ملاحظة نشفوها على حامل محور الفواصل في منحنى الاسية الاتي بحيث المنحنى شامل من∞ -الى ∞+ :

2.حاجة تانية لنلاحظها من المنحى هي انه متزايد تماما و مستمرة تماما في R

3.حاجة مهمة بزاف خاصة في تحديد اتجاه التغير هي ان الدالة اسية موجبة تماما كيما رانا نشوفو تقع فوق محور الفواصل

4.نستنتج ايضا من المنحنى :

$$e^0 = 1$$

$$e^1 = e = 2.71....$$

رياضيا او جبريا معناه:

$$e^x > 0 \quad ; \quad e^x \neq 0$$

$$e^x = -2 \implies S = \emptyset$$

$$e^x = 0 \implies S = \emptyset$$

لمااااا؟

الدالة الاسية دالة مميزة جدا

في الحقيقة لعدة الاسباب لي يهمنا الان هووووو 😁😂

2.مشتقة دالة الاسية :

كيما سبق و ذكرت exp دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على Rبحيث تحقق:

$$\begin{cases} \exp' = \exp \\ \exp(0) = 1 \end{cases}$$ يكافئ (كيف كيف يعني) $$\begin{cases} (e^x)' = e^x \\ e^0 = 1 \end{cases}$$

حب يقول مشتقة الدالة الاسية هي نفسها و هي دالة الوحيدة لعندها هد الخاصية

3.الخواص الجبرية لدالة الاسية النيبيرية

$$e^a * e^b \iff e^{a+b}$$

$$\sqrt{e}^{\,a} = (e^a)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{e^a} = e^{-a}$$

$$\ln e^a = a$$

$$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$$

$$e^{\ln a} = a \quad , \quad a > 0$$

$$(e^a)^n = e^{a.n}$$

$e^{u(x)} > 0$, u مستمرة على Du

$$e^a = e^b \iff a = b$$

$$e^a < e^b = a < b$$

$$e^a > e^b = a > b$$

لان الدالة الاسية متزايدة تماما
(strictement croissente)

امثلة:

بسط مايلي:

$$A = \frac{(e^x)^3}{(e^{-x})^2 * (e^x)}$$

الحل:

$$A = \frac{(e^x)^3}{(e^{-x})^2 * (e^x)} = \frac{e^{3x}}{e^{-2x} * e^x} = \frac{e^{3x}}{e^{-2x+x}} = \frac{e^{3x}}{e^{-x}} = e^{3x+x} = e^{4x}$$

هدي نت حلها (حليها)

و شارك (ي) الحل تاعك في مجموعتنا على تيليقرام

$$B = \frac{(e^{-3x})^2 * e^{5x}}{e^{-x}}$$

$$C = e^{3x}.e^2 \geq \frac{1}{e^x}$$

رمز التكافئ

$$e^a * e^b \iff e^{a+b}$$ لان:

$$C = e^{3x}.e^2 \geq \frac{1}{e^x} \iff e^{2+3x} \geq e^{-x}$$

$\Leftrightarrow 2x^2+3=7x$

$\Leftrightarrow 2x^2+3-7x=0$

$$\Delta = b^2 - 4a.c$$

$=49-4*2*3$

$= 25>0$

اذن يوجد

$$x1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad ; \quad x2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

X1=0.5

X2=3

s ={0.5;3}

$$D= \quad e^{3x}.e^{2} \geq \frac{1}{e^{x}}$$

$$D= \quad e^{3x}.e^{2} \geq \frac{1}{e^{x}} \iff e^{2+3x} \geq e^{-x}$$

لان $\frac{1}{e^{a}} = e^{-a}$ و $e^{a} = e^{b} \iff a = b$

$\Leftrightarrow$ 3x+2 ≥ - x

$\Leftrightarrow$ 3x+2+x ≥ 0

$\Leftrightarrow$ 4x ≥-2

$\Leftrightarrow$ x ≥ -1/5

S= [-1/2 ; + ∞ [

كيف كيف هدي ليك

easy

$e^{4x}.\ e^{5} = 1$

نصيحة

حاول تحل اكبر عدد من تمارين من هد النوع حتى تتحكم في هد الخواص

practice makes perfect

4.لنهايات الشهيرة :

$$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \ , \ n \in N \qquad \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} x.e^x = 0^+$$

5.لاشارة و اتجاه التغير لدالة: f(x) = e^x

- الدالة f موجبة تماما على R , بحيث مهما يكن x من R $e^x > 0$
- من اجل كل x من R,لدينا f(x)' = $(e^x)' = e^x$

مما سبق نجد ان الدالة f متزايدة تماما على R

جدول تغيراتها:

X	-∞		+∞
f(x)'		+	
f(x)= e^x	0	+ + + +	+∞

6.دراسة دالة من الشكل : $e^{u(x)}$

لدينا $x \in Du$

u(x) قابلة للاشتقاق على كل مجال من Du

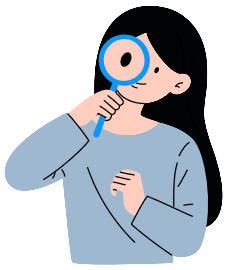
فان الدالة f $e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على مجال I

و دالتها المشتقة

$$\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$

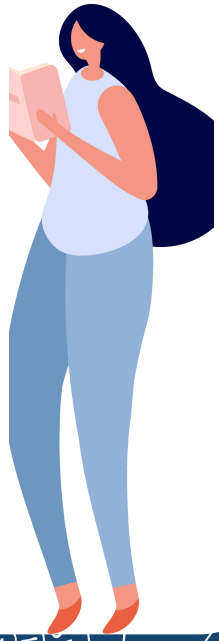
صحة دوك واحد يجيه السؤال , يقول
كي تكون عدنا هكا كيفاش نحلها

$$e^{3x+4} = 10$$



هدي تنحل بدالة جديدة اسمها
اللوغاريتم (ln)نشوفها في
الملخص القادم الخاص بيها

ان شاء اللّٰه انتظرونا



La fonction Exponentielle

Exercice 1: *Simplifier les expressions suivantes :* بسط مايلي

a. $e^{-x} \times e^{x}$ **b.** $e^{x+2} \times e^{3x}$ **c.** $e^{2-x} \times e^{x-1}$

d. $\frac{e^{4x}}{e^{2x}}$ **e.** $\frac{e^{1-x}}{e^{3x+4}}$ **f.** $\frac{(e^{x-1})^{2}}{e^{2x}}$

Exercice 2: *Résoudre les équations suivantes :* حل المعادلات التالية:

a. $e^{x} = e^{2x}$ **b.** $e^{2x+3} = 1$ **c.** $e^{-x^{3}+x} = 0$

d. $e^{4x-1} = e^{x+5}$ **e.** $e^{x} - e^{-x} = 0$ **f.** $e^{4x} = \frac{1}{e}$

Exercice 3: *Résoudre les inéquations suivantes :* حل المتراجحات التالية:

a. $e^{x+1} \leq e^{2x}$ **b.** $e^{x} < 1$ **c.** $e^{-x+5} < e^{x}$

Exercice 4: *Pour chacune des fonctions suivantes calculer la dérivée :*

التمرين 4: لكل دالة من الدوال التالية احسب المشتقة واستنتج اتجاه التغير f:

a) $f(x) = e^{x} + 2$ **b)** $f(x) = -4e^{x}$ **c)** $f(x) = (x + 2)e^{x}$

d) $f(x) = x^{2} e^{x}$ **e)** $f(x) = e^{x}/x$ **f)** $f(x) = 2e^{-5x+1}$

BAC 2023 YES we CAN