مذكرة رقم : 02

الأستاذة: صبرينة رياح

ثانوية : لخضر ميرود	المستوى : السنة الثانية رياضيات
السنة الدراسية : $2021 - 2022$	ميدان التعلم : تحليل
يوم :	الوحدة : الاشتقاقية
المدة : ساعتين	موضوع الحصة : التفسيرالهندسي للعدد المشتق

المكتسبات القبليـة : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.

الكفاءات المستهدفة : تعيين معادلة المماس.

الأدوات الـمستعملـة : الكتاب المدرسي،المنهاج، التدرجات السنوية، دليل الاستاذ،السبورة، الانترنت.

المـراحل	عناصـر الدرس	المـدة
مرحلة الإنطلاق	(انظر أدناه)	

التفسير الهندسي للعدد المشتق

1. مماس لمنحنى عند نقطة :

f قابلة للاشتقاق عند x_0 معناه أنّ منحنى الدالة f يقبل عند النقطة $(x_0, f(x_0))$ مستقيم يمس منحنى الدالة.

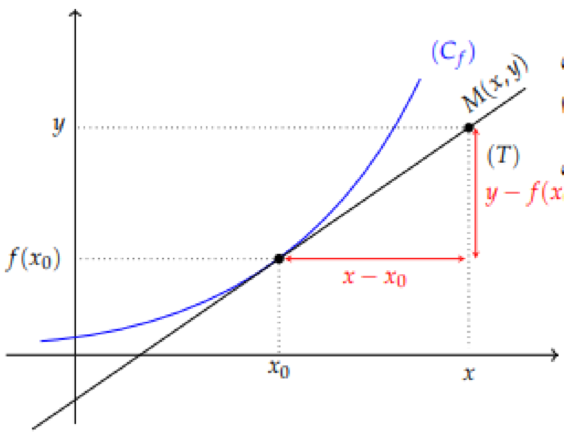
* العدد المشتق للدالة f عند x_0 هو ميل مماس منحنى الدالة عند x_0

إذن : $f'(x_0) = \frac{y-f(x_0)}{x-x_0}$

ومنه :

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

وهي معادلة المماس عند النقطة x_0.



تعريف :

f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. x_0 عدد من D_f حيث f قابلة للاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)$ العدد المشتق عند العدد x_0. ليكن $\left(C_f\right)$ رسمها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $\left(O, I, J\right)$. مماس المنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة $A(x_0, f(x_0))$ هو المستقيم الذي يشمل A ومعامل توجيهه $f'(x_0)$. معادلته هي

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

تطبيق :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = -x^2 + 2$

1. اثبت أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد $x_0 = 1$ وأحسب $f'(1)$.

2. عين معادلة لـ

(T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A التي فاصلتها 1.

الحل :

لدينا $f(x) = -x^2 + 2$. الدالة معرفة على $\mathbb{R}$.

1. اثبات أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد $x_0 = 1$ وحساب $f'(1)$:

- حساب $f(1+h)$:

$$f(1+h) = -(1+h)^2 + 2 = -(1 + h^2 + 2h) + 2 = -h^2 - 2h + 1$$

- حساب $f(1)$:

$$f(1) = -(1)^2 + 2 = 1$$

- حساب $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$:

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{-h^2-2h+1-1}{h} = \frac{-h^2-2h}{h} = -h - 2$$

- حساب $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$:

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0} -h - 2 = -2$$

إذن f قابلة للاشتقاق عند العدد $x_0 = 1$ و $f'(1) = -2$.

2. تعيين معادلة المماس :

لدينا $f'(1) = -2$ هو معامل توجيه المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند A.

لدينا $f(1) = 1$.

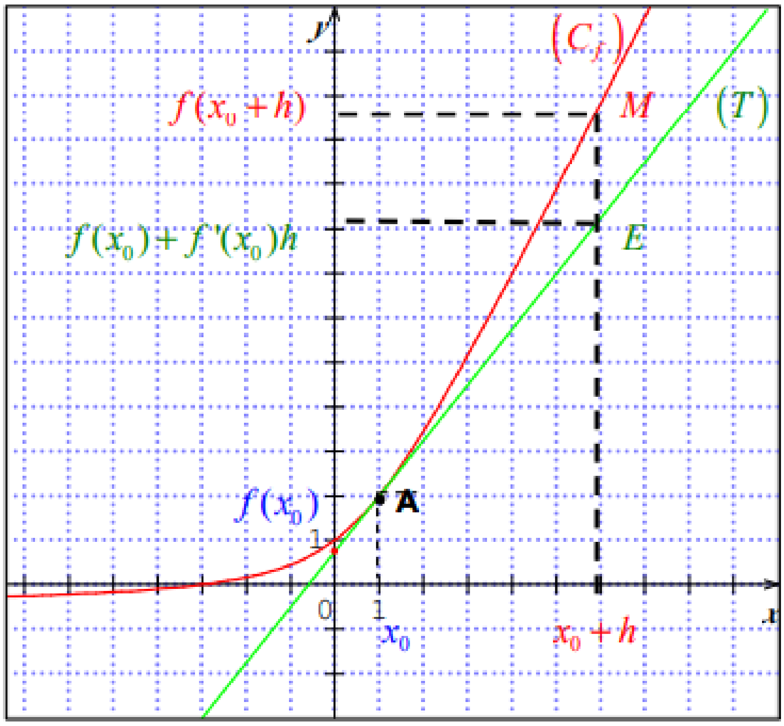
معادلة للمماس (T) هي : $y = f'(1)(x-1) + f(1)$.

ونستنتج أنّ معادلة للمماس (T) هي $y = -2x + 3$.

2. التقريب التآلفي:

تعريف :

(C_f) هو الرسم البياني لدالة f قابلة للاشتقاق عند نقطة x_0 و (T) مماس (C_f) عندالنقطة $A(x_0; f(x_0))$.
نعوض محليا عند x_0 الدالة f بالدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (T). أي نعوض العدد الحقيقي $f(x_0+h)$ بالعدد $f(x_0)+f'(x_0)h$ يسمى تقريبا تآلفيا للعدد $f(x_0+h)$. بوضع $x = x_0 + h$ ومن أجل x قريب من x_0 فإن $f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$. يسمى تقريبا تآلفيا لـ $f(x)$ بجوار x_0.
نقبل أن أحسن تقريب تآلفي بجوار x_0 هو المماس (T). نقول أن الدالة
$x \mapsto f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة f.



تطبيق :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\sqrt{3+x}$

1. بين أنه من اجل كل عدد حقيقي h غير معدوم فإن : $\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{1}{\sqrt{4+h}+2}$.
2. استنتج أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد $x_0 = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
3. عين معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A التي فاصلتها 1.
4. عين تقريبا تآلفيا للدالة f بجوار 1. ثم احسب القيم التقريبية لـ : $f(1.002)$ و $f(0.99)$.
5. بالاستعانة بمنحنى الدالة $g : x \mapsto \sqrt{x}$ ارسم منحنى الدالة f والمماس (T) في معلم متعامد ومتجانس.

عمل منزلي: 49إلى 57 ص 85 و 41إلى 48 ص 85

ملاحظات عن سير الحصة: