مذكرة رقم : 05

الأستاذة: صبرينة رياح

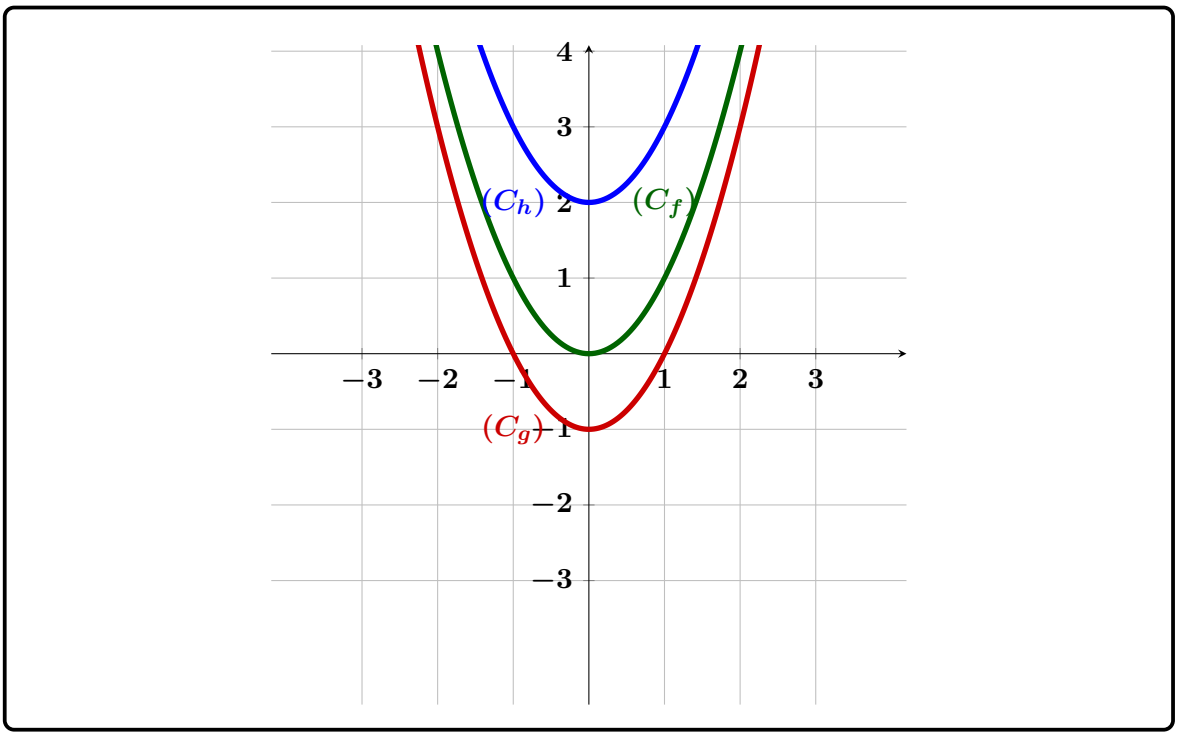
ثانوية : لخضر ميرود السنة الدراسية : 2022 — 2023 يوم : المدة : 3 ساعات	المستوى : السنة الثانية رياضيات ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الدوال العددية موضوع الحصة : التمثيل البياني للدوال من الشكل : $f+k$ ، λf ، $\lvert f\rvert$ ، $x \mapsto f(ax+b)$.

المكتسبات القبلية : التمثيل البياني للدوال المرجعية.

الكفاءات المستهدفة : التمثيل البياني للدوال من الشكل $f+k$, λf , $\lvert f\rvert$, $x \mapsto f(ax+b)$.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي،المنهاج، التدرج السنوي، السبورة، الانترنت.

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	التهيئة النفسية : التذكير بالتمثيلات البيانية للدوال المرجعية.	
	1 التمثيل البياني للدوال :	
	1. التمثيل البياني للدالة $f+k$:	
	مبرهنة : إذا كان (C_f) و (C_{f+k}) التمثيلين البيانيين في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$، للدالتين f و $(f+k)$ على الترتيب حيث k عدد حقيقي فإنّ : (C_{f+k}) صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $k\vec{j}$. البرهان : نعتبر النقطتين $M(x,f(x))$ من (C_f) و $M'(x,(f+k)(x))$ من (C_{f+k}). بما أنّ : $(f+k)(x)=f(x)+k$ فإنّ الشعاع $\overrightarrow{MM'}$ مركباته $(0,k)$ و $\overrightarrow{MM'}=k\vec{j}$، إذن M' صورة M بالإنسحاب الذي شعاعه $k\vec{j}$. ومنه المنحنى (C_{f+k}) صورة المنحنى (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $k\vec{j}$. مثال : نعتبر الدوال f، g، وh المعرفة على $\mathbb{R}$ كالاتي : $f(x)=x^2 \quad g(x)=x^2-1 \quad h(x)=x^2+2$ *لدينا : $g=f-1$ ومنه (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{j}$. *لدينا : $h=f+2$ ومنه (C_h) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$. كما هو موضح في الشكل 01	



2. التمثيل البياني للدالة λf :

مبرهنة :

إذا كان (C_f) و $(C_{\lambda f})$ التمثيلين البيانيين في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$، للدالتين f و λf على الترتيب حيث λ عدد حقيقي غير معدوم. ولتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x.
نحصل على نقطة من $(C_{\lambda f})$ ذات الفاصلة x بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ.

برهان :

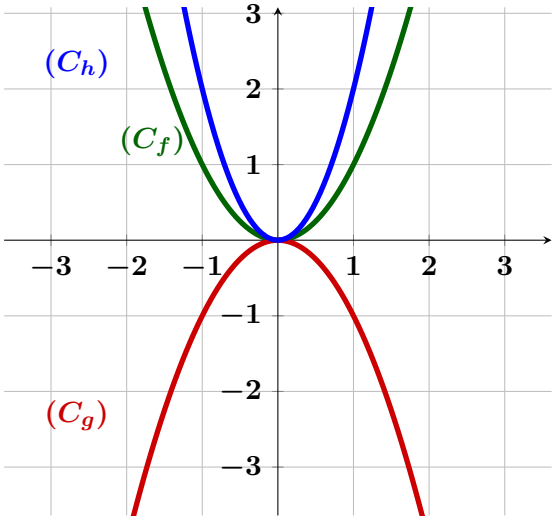
إذا كانت $M(x;f(x))$ **نقطة من** $(\mathscr{C}_f)$ **فإنّ** $M'(x;\lambda f(x))$ **نقطة من** $(\mathscr{C}_{\lambda f})$
لأنّ : $(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$.

أمثلة :

نعتبر الدوال f، g، وh المعرفة على $\mathbb{R}$ كالاتي :
$f(x)=x^2$ ، $g(x)=-x^2$ ، $h(x)=2x^2$
ولتكن (C_f)، (C_g) و (C_h) تمثيلاتها البيانية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$
*(C_g) التمثيل البياني للدالة g في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ هو مجموعة النقط $M(x,-f(x))$.
*(C_h) التمثيل البياني للدالة h في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ هو مجموعة النقط $M(x,2f(x))$.

ملاحظة

إذا كان $\lambda=-1$ يكون المنحنيان (C_f) و (C_g)، المرسومان في معلم متعامد، متناظرين بالنسبة لمحور الفواصل.



3. التمثيل البياني للدالة $|f|$:

مبرهنة :

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ولتكن g دالة معرفة بالشكل : $g(x)=|f(x)|$

*إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x)\geq 0$ فإنّ التمثيل البياني للدالة g منطبق على (C_f).

*إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x)\leq 0$ فإنّ التمثيل البياني للدالة g منطبق على (C_{-f}). أي (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل.

مثال : نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-5$ و $g(x)=|f(x)|$

- أرسم التمثيل البياني (C_f) للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم م م $(O;\vec{i};\vec{j})$
- استنتج التمثيل البياني (C_g) للدالة g.

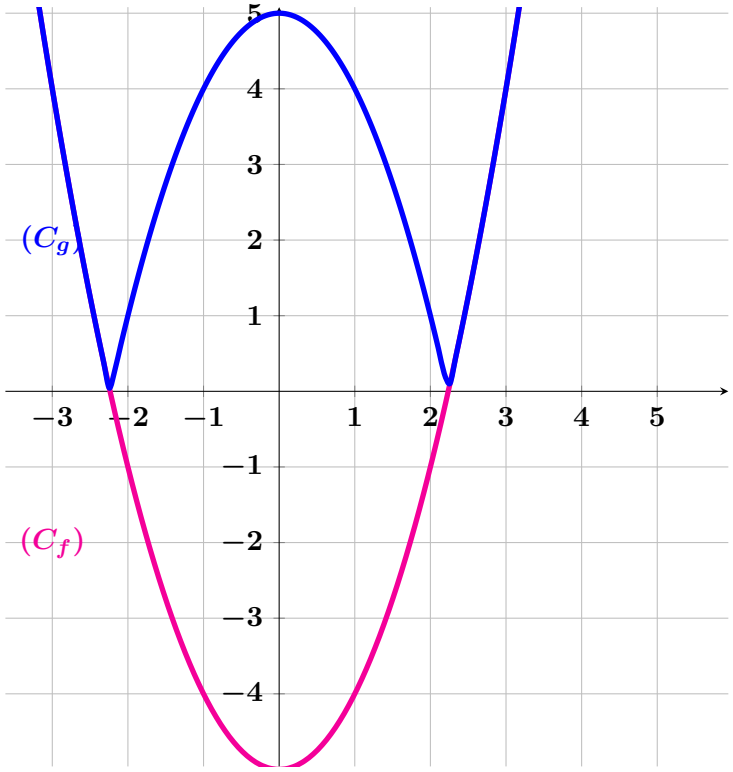
الحل :

- (C_f) هو صورة (C_h) التمثيل البياني للدالة $h : x\mapsto x^2$ بالإنسحاب الذي الذي شعاعه $-5\vec{j}$
- *إذا كان $f(x)\geq 0$ فإنّ $f(x)=g(x)$

*وإذا كان $f(x)<0$ فإنّ $g(x)=-f(x)$

بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x)\geq 0$ يكون (C_g) منطبق على (C_f).

و بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x)<0$ يكون (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل.

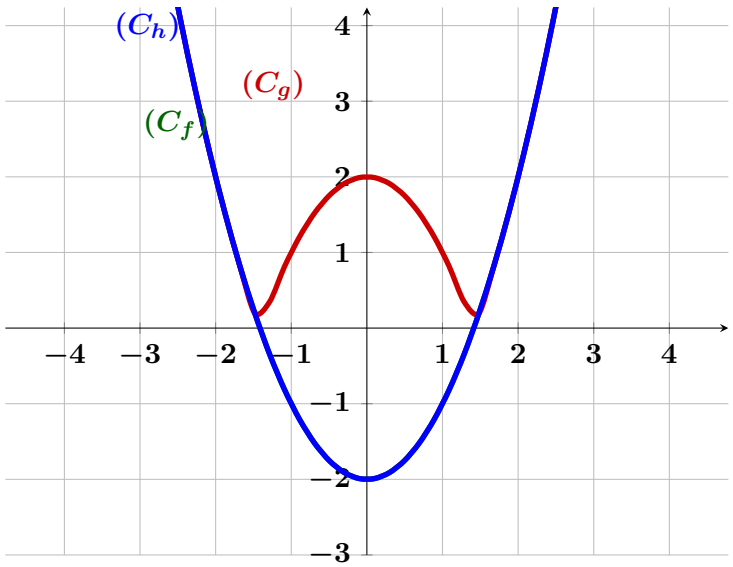


تطبيق :

لتكن الدالة f المعرفة ب: $f(x) = x^2 - 2$

1. أرسم التمثيل البياني للدالة f انطلاقا من من التمثيل البياني للدالة مربع.
2. استنتج التمثيل البياني للدالة g المعرفة بـ : $g(x) = |f(x)|$.
3. استنتج التمثيل البياني للدالة h المعرفة بـ : $h(x) = f(|x|)$.

حل التطبيق:

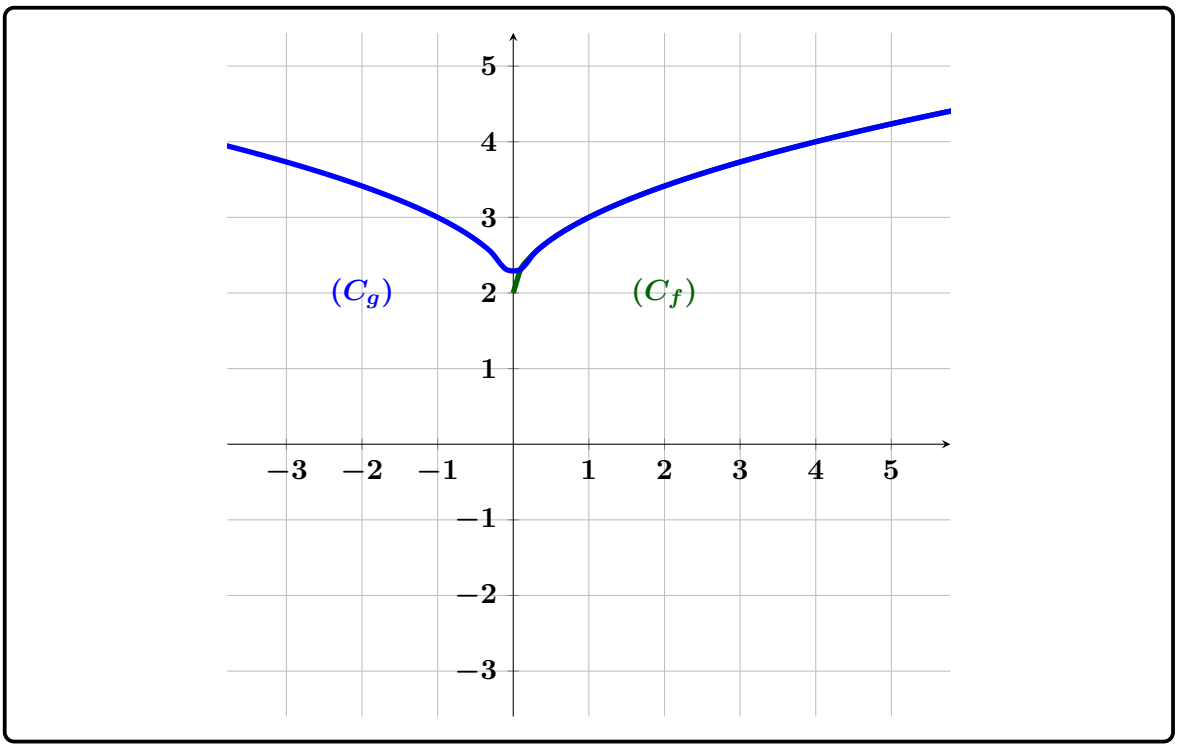


تطبيق :

لتكن الدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x}+2$ ولتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x)=f(|x|)$

1. أرسم التمثيل البياني للدالة f انطلاقامن التمثيل البياني للدالة الجذر التربيعي.
2. استنتج التمثيل البياني للدالة g انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f.

حل التطبيق:



4. التمثيل البياني للدالة $f(x+a)+b$:

مبرهنة :

لتكن f و g دالتين معرفتين على D حيث : من أجل كل x من D لدينا :
$g(x)=f(x+a)+b$.
إذا كان (C_f) و (C_g) التمثيلين البيانيين في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$، للدالتين f و g على الترتيب حيث a و b عددان حقيقيان فإنّ: (C_g) صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}+b\vec{j}$.

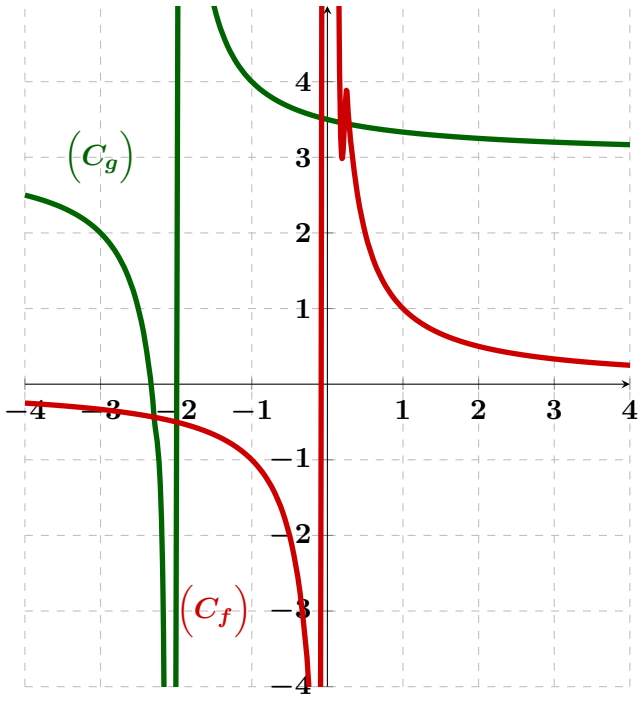
حالات خاصة:

1. إذا كان $a=0$ فإنّ : (C_g) صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $b\vec{j}$.
2. إذا كان $b=0$ فإنّ : (C_g) صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}$.

تطبيق : نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كمايلي : $g(x)=3+\frac{1}{x+2}$
أرسم التمثيل البياني (C_g) للدالة g انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة مقلوب.

حل التطبيق :

(C_g) صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i}+3\vec{j}$. (الشكل 01)



تمرين تطبيقي :

⋆ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-2)^2+1$

① ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty;2]$ و $[2;+\infty[$

② شكل جدول التغيرات

③ أنشيء $(\mathscr{C}_f)$ بيان الدالة f .

④ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$

a) بين أن g زوجية ثم اكتب عبارتها دون رمز القيمة المطلقة .

b) أنشيء $(\mathscr{C}_g)$ بيان الدالة g انطلاقا من $(\mathscr{C}_f)$.

⑤ لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=|f(x)|$

a) اكتب عبارة h دون رمز القيمة المطلقة .

b) أنشيء $(\mathscr{C}_h)$ بيان الدالة h انطلاقا من $(\mathscr{C}_f)$.

عمل منزلي : تمرين 48 ، 50 و52 ص 29 و30.

تمرين 70، 71 ص 32 و33

ملاحظات الحصة :