مذكرة رقم : 07

الأستاذة: صبرينة رياح

ثانوية : لخضر ميرود	المستوى : السنة الثانية رياضيات
السنة الدراسية : 2022 – 2023	ميدان التعلم : تحليل
يوم :	الوحدة : الاشتقاقية.
المدة : ساعتين	موضوع الحصة : حل مسائل تستخدم دوال ناطقة.

المكتسبات القبلية : حساب المشتقات، اتجاه التغير، القيم الحدية المحلية، حصر دالة على مجال .

الكفاءات المستهدفة : حل مسائل تستخدم دالة ناطقة.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، المنهاج، دليل الاستاذ، التدرجات السنوية،السبورة، الانترنت.

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	التهيئة النفسية :	

التهيئة النفسية :

مسائل الإستمثال:

مسألة أولى:

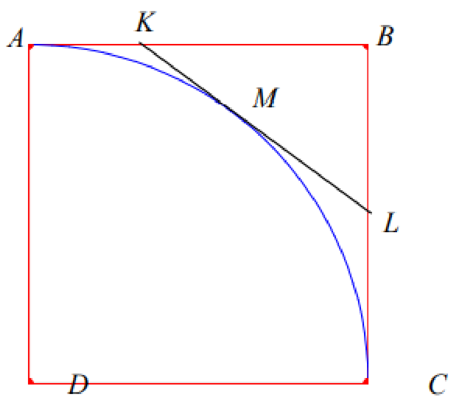
$ABCD$ مربع من المستوي حيث $AB=2$.لتكن

الدائرة (Γ) التي مركزها D و نصف قطرها 2

لتكن M نقطة من القوس $\overset{\frown}{AC}$، مختلفة عن A

ومختلفة عن C. المماس (T) للدائرة (Γ) عند النقطة M

يقطع القطعة $[AB]$ في K و القطعة $[BC]$ في L .



نريد تعيين وضعية M حتى يأخذ الطول KL أصغر قيمة ممكنة . من أجل هذا نضع :

$LB=y$ و $KB=x$.

1) أثبت أن $KL^2=x^2+y^2$.

2) أثبت أن $KL=4-x-y$. و أن $KL^2=x^2+y^2-8x-8y+2xy+16$.

3) استنتج أن $y=\dfrac{4x-8}{x-4}$. استنتج أن $KL=\dfrac{-x^2+4x-8}{x-4}$

5) لتكن الدالة f المعرفة على $[0,2]$ حيث : $f(x)=\dfrac{-x^2+4x-8}{x-4}$

أدرس تغيرات الدالة f و استنتج أن الطول KL يأخذ أصغر قيمة ممكنة من أجل $x=4-2\sqrt{2}$.

عين عندئذ وضعية M.

• إثبات أن : $KL^2 = x^2 + y^2$:

بتطبيق نظرية فيتاغورث في المثلث القائم KBL نجد : $KL^2 = KB^2 + LB^2$

و منه : $KL^2 = x^2 + y^2$

• إثبات أن : $KL = 4 - x - y$:

لدينا : $KL = KM + ML$ لكن : $KM = KA$ و $ML = LC$

و منه : $KL = KA + LC$

و لكن : $KA = 2x$ و $LC = 2 - x$ إذن : $KL = 4 - x - y ...(1)$

• إثبات أن $KL^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16$:

لدينا : $KL^2 = (4 - x - y)^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16 ...(2)$

• استنتاج أن $y = \dfrac{4x - 8}{x - 4}$:

من (1) و (2) نستنتج أن : $-8x - 8y + 2xy + 16 = 0$ أي : $y(4 - x) = -4x + 8$

و منه : $y = \dfrac{4x - 8}{x - 4}$

• استنتاج أن $KL = \dfrac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4}$:

لدينا : $KL = 4 - x - y$ و منه : $KL = 4 - x - \dfrac{4x - 8}{x - 4}$ إذن : $KL = \dfrac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4}$

• دراسة تغيرات الدالة f :

f قابلة للإشتقاق على $[0;2]$ و لدينا : $f'(x) = \dfrac{-x^2 + 8x - 8}{(x - 4)^2}$

$f'(x) = 0$ معناه : $-x^2 + 8x - 8 = 0$ و $x \neq 4$

المعادلة $-x^2 + 8x - 8 = 0$ تقبل حلين مختلفين هما : $x_1 = 4 + 2\sqrt{2}$ (مرفوض)

و $x_2 = 4 - 2\sqrt{2}$

• جدول التغيرات :

x	0	$4 - 2\sqrt{2}$	2
$f(x)$	2 ↘	$f(4 - 2\sqrt{2})$	↗ 2

نلاحظ من جدول التغيرات أن $f(4 - 2\sqrt{2})$ قيمة حدية صغرى لـ f على $[0;2]$ و تبلغها من أجل $x = 4 - 2\sqrt{2}$

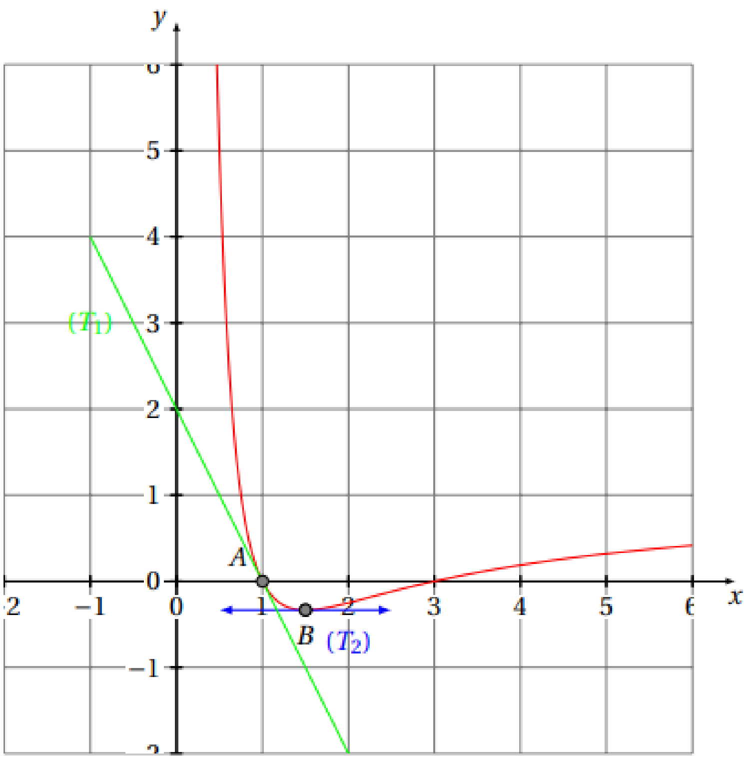
بما أن $KL = f(x)$ فإن : $f(4 - 2\sqrt{2})$ هي أصغر قيمة يأخذها الطول KL من أجل $x = 4 - 2\sqrt{2}$

بنــاء المــعـارف

1 مسألة 02:

الدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ بمايلي: $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2}$ حيث a، b و c أعداد حقيقية.
(C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى متعامد ومتجانس $(O;I;J)$.
(T_1) مماس للمنحنى في النقطة $A(1;0)$.
(T_2) مماس للمنحنى في النقطة B. ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$
كما هو مبين في الشكل:
بقراءة بيانية أجب على مايلي :

1. عين حلول المعادلة $f(x)=0$.
2. عين إشارة الدالة f.
3. عين إشارة الدالة المشتقة f'.
4. شكل جدول تغيرات الدالة f.
5. عين $f(1)$، $f(3)$، $f'(1)$، $f'(\frac{3}{2})$
6. باستعمال نتائج السؤال السابق (5) عين الأعداد الحقيقية a، b و c.



بناء المعارف

4