التحضير الجيد
لاختبارات الفصل الأول

السنة الثانية ثانوي

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الأستاذ مرنيز وليد

The only way to LEARN Mathematics, is to do Mathematics.

للتواصل معنا

رياضيات سهلة وممتعة — prof_walid_merniz — رياضيات سهلة وممتعة مع الاستاذ وليد

اخر تحديث :

10 نوفمبر 2024

...

المحتويات

...

1
الدوال

1.1 مجموعة تعريف دالة

f دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة بما يلي :	مجموعة تعريف الدالة f
$f(x) = p(x)$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R}/q(x) \neq 0\}$
$f(x) = \sqrt{p(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R}/p(x) \geq 0\}$
$f(x) = \dfrac{p(x)}{\sqrt{q(x)}}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R}/q(x) > 0\}$
$f(x) = \dfrac{\sqrt{p(x)}}{\sqrt{q(x)}}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R}/p(x) \geq 0; q(x) > 0\}$
$f(x) = \sqrt{\dfrac{p(x)}{q(x)}}$	$D_f = \left\{x \in \mathbb{R}/\dfrac{p(x)}{q(x)} \geq 0; q(x) \neq 0\right\}$

2.1 عمليات على الدوال

1.2.1 تساوي دالتين

القول عن دالتين انهم متساويتان يعني ان لهما نفس مجموعة التعريف D و ان من اجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = g(x)$

f و g دالتين متساويتان $\Longleftrightarrow \begin{cases} D_f = D_g \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

ونكتب: $f = g$

2.2.1 العمليات الجبرية

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. λ و k عددان حقيقيان.

العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف
مجموع f و k	$f+k$	$(f+k)(x) = f(x)+k$	D_f
مجموع f و g	$f+g$	$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$	$D_f \cap D_g$
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$	D_f
جداء f و g	$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$	$D_f \cap D_g$
حاصل قسمة f على g	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g : g(x) \neq 0$

3.2.1 تركيب الدوال

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب . نعرف تركيب دالتين كما يلي :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

تقرا f تركيب g

خواص

- عملية التركيب ليست **تبديلية** اي : $g \circ f \neq f \circ g$
- عملية التركيب **تجميعية** اي : $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$

3.1 عمليات على الدوال و اتجاه التغير

الدالة	اتجاه التغير
$f+k$	f و $f+k$ لهما نفس اتجاه التغير
λf	اذا كان $\lambda > 0$ فان f و λf لهما نفس اتجاه التغير
	اذا كان $\lambda < 0$ فان f و λf لهما عكس اتجاه التغير
$f \circ g$	اذا كان f و g لهما نفس اتجاه التغير فان $f \circ g$ متزايدة تماما على I
	اذا كان f و g لهما عكس اتجاه التغير فان $f \circ g$ متناقصة تماما على I
$f+g$	لا توجد قاعدة عامة الا اذا اضيفت شروط اخرى على الدالتين
$f \times g$	لا توجد قاعدة عامة الا اذا اضيفت شروط اخرى على الدالتين

1.3.1 اتجاه تغير مركب دالتين

u دالة رتيبة تماما على مجال I و v دالة رتيبة تماما على مجال J حيث $v(I) \in J$

- اذا كان للدالتين u و v نفس اتجاه التغير تكون الدالة $u \circ v$ متزايدة تماما على I
- اذا كان اتجاه تغير الدالتين u و v متعاكستين تكون الدالة $u \circ v$ متناقصة تماما على I

u	v	$f = u \circ v$
متزايدة	متزايدة	متزايدة
متناقصة	متناقصة	متزايدة
متزايدة	متناقصة	متناقصة
متناقصة	متزايدة	متناقصة

4.1 انشاء محنى باستعمال منحنى اخر معلوم

الدالة	التمثيل البياني
$f(x) = g(x) + k$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;k)$
$f(x) = g(x+a)$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(-a;0)$
$f(x) = g(x+a) + b$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(-a;b)$
$f(x) = \lambda g(x)$	M نقطة من (C_g) نرسم (C_f) بالاحتفاظ بالنقطة M ذات الفاصلة x وضرب ترتيب النقطة M في العدد λ
$f(x) = -g(x)$	المنحنين (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل
$f(x) = g(-x)$	المنحنين (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبة لمحور التراتيب
$f(x) = -g(-x)$	المنحنين (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبة الى مبدأ المعلم
$f(x) = g(\|x\|)$	■ اذا كان $x \geq 0$ فان $f(x) = g(x)$ ومنه (C_f) ينطبق على (C_g) ■ اذا كان $x \leq 0$ فان $f(x) = g(-x)$ ومنه (C_f) نظير (C_g) المرسوم في المجال الموجب بالنسبة لمحور التراتيب (f دالة زوجية)
$f(x) = \|g(x)\|$	■ اذا كان $g(x) \geq 0$ فان $f(x) = g(x)$ منه (C_f) ينطبق على (C_g) ■ اذا كان $g(x) \leq 0$ فان $f(x) = -g(x)$ ومنه (C_f) نظير (C_g) بالنسبة لمحور الفواصل

5.1 دساتير تغيير معلم

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم للمستوي و Ω نقطة من المستوي حيث (x_0, y_0) هي احداثيات بالنسبة الى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$. وليكن $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$ معلم جديد للمستوي.

اذن M نقطة من المستوي حيث (x, y) هي احداثياتها بالنسبة الى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحيث (X, Y) هي احدثيات بالنسبة الى المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$

$$\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$$

6.1 شفعية دالة

	التعريف	التفسير الهندسي
الدالة الزوجية	f دالة زوجية يعني من اجل كل: $x \in D_f$ و $-x \in D_f$ فان: $f(-x) = f(x)$	(C_f) يقبل محور التراتيب كمحور تناظر
الدالة الفردية	f دالة فردية يعني من اجل كل: $x \in D_f$ و $-x \in D_f$ فان: $f(-x) = -f(x)$	(C_f) يقبل مبدأ المعلم O كمركز تناظر

7.1 مركز تناظر

طريقة1

مركز تناظر	تكون النقطة $I(a;b)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) اذا تحقق الشرطان التاليان : ■ $(2a - x) \in D_f$ ■ $f(2a - x) + f(x) = 2b$

طريقة2

- نقوم بتغيير المعلم

$$\begin{cases} x = X + a \\ y = Y + b \end{cases}$$

- ايجاد عبارة الدالة في المعلم الجديد : $Y = f(X + a) - b$
- اثبات ان Y دالة فردية

8.1 محور تناظر

طريقة1

محور تناظر	يكون المستقيم الذي معادلته $x = a$ محور تناظر للمنحنى (C_f) اذا تحقق الشرطان التاليان : ■ $(2a - x) \in D_f$ ■ $f(2a - x) = f(x)$

طريقة2

- نقوم بتغيير المعلم

$$\begin{cases} x = X + a \\ y = Y \end{cases}$$

- ايجاد عبارة الدالة في المعلم الجديد : $Y = f(X + a)$
- اثبات ان Y دالة زوجية

9.1 تقاطع المنحنى مع حامل محور التراتيب و مع حامل محور الفواصل

تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب $(C_f) \cap (yy')$	نحسب $f(0)$
تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل $(C_f) \cap (xx')$	نحل المعادلة $f(x) = 0$ في D_f

10.1 اشارة دالة

- تكون الدالة f موجبة تماما لما يكون (C_f) فوق محور الفواصل
- تكون الدالة f سالبة تماما لما يكون (C_f) تحت محور الفواصل

...

2

كثيرات الحدود

1.2 مفهوم كثير حدود

نسمي دالة كثير حدود كل دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x^1 + a_0$$

حيث :

- a_0، a_1، $\cdots$، a_{n-1}، a_n تسمى معاملات كثير الحدود
- n درجة كثير الحدود (اعلى اس)
- $a_p x^p$ الحد الذي درجته p

2.2 تساوي كثيري حدود

يتساوى كثيري حدود اذا كانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية

اذا كان لدينا من اجل كل عدد حقيقي x : $ax^3 + bx^2 + cx + d = 2x^3 - x + 3$ فان : $a = 2$ ، $b = 0$ ، $c = -1$ و $d = 3$.

3.2 عمليات على كثيرات الحدود

نتائج

- مجموع، فرق وجداء كثيرات الحدود هي كثيرات حدود.

- مركب كثيري حدود هو كثير حدود
- جداء كثيري حدود غير معدومبن درجتاهما n و p هو كثير حدود درجته $(n+p)$

4.2 جذر كثير حدود

هنا جذر نعني به حل و ليس $\sqrt{.}$

العدد α جذر لكثير الحدود f يعني $f(\alpha)=0$

5.2 تحليل كثير حدود

اذا كان α جذر لكثير الحدود f فانه يوجد كثير حدود g بحيث $f(x)=(x-\alpha)g(x)$

6.2 طرق تحليل كثير حدود

طريقة (المطابقة)

لتكن $f(x)=2x^3-x^2-14x+16$. 2 هو جذر لـ f ومنه يمكن كتابة f على الشكل التالي : $2x^3-x^2-14x+16=(x-2)(ax^2+bx+c)$ ، بالنشر نجد: $ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$ بالمطابقة نجد : $\begin{cases} a=2 \\ b-2a=-1 \\ c-2b=-14 \end{cases}$ ومنه: $a=2$ ، $c=-8$ و $b=3$ اذن : $f(x)=(x-2)(2x^2+3x-8)$

7.2 معادلات من الدرجة الثانية

الشكل النموذجي

ليكن ax^2+bx+c ثلاثي حدود من الدرجة الثانية $(a\neq 0)$

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

حيث :

- يسمى العدد $\Delta=b^2-4ac$ **مميز ثلاثي الحدود** ax^2+bx+c
- يسمى العدد $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$ **الشكل النموذجي** لثلاثي الحدود ax^2+bx+c

8.2 حل، اشارة و تحليل كثير حدود من الدرجة الثانية

نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول x التالية: $ax^2+bc+c=0$ حيث $a\neq 0$
يسمى العدد $\Delta=b^2-4ac$ مميز ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية.

اذا كان	اشارة ax^2+bx+c	حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$	تحليل ax^2+bx+c
$\Delta>0$	x: $-\infty$ … x_1 … x_2 … $+\infty$ A: اشارة a | 0 | $-$اشارة a | 0 | اشارة a	المعادلة تقبل حلين متمايزين هما : $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$a(x-x_1)(x-x_2)$
$\Delta=0$	x: $-\infty$ … x_0 … $+\infty$ A: اشارة a | 0 | اشارة a	المعادلة تقبل حل مضاعف $x_0=-\dfrac{b}{2a}$	$a(x-x_0)^2$
$\Delta<0$	x: $-\infty$ … $+\infty$ A: اشارة a	ليس للمعادلة حل في $\mathbb{R}$	لا يوجد تحليل

9.2 مجموع و جداء حلي معادلة من الدرجة الثانية

نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول الحقيقي x التالية : $ax^2+bx+c=0$ مع $(a\neq 0)$
نعلم انه اذا كان $\Delta\geq 0$ فان المعادلة تقبل حلين (جذرين) x_1 و x_2 :

$$x_1+x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}+\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=-\frac{b}{a}$$
$$x_1\times x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\times\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{c}{a}$$

نرمز للمجموع بالرمز S و للجداء بالرمز P

$$S=-\frac{b}{a}\qquad P=\frac{c}{a}$$

تطبيقات

- حساب احد الحلين بمعرفة الاخر اذا علم احد الجذرين يمكن حساب الجذر الاخر و ذلك باستعمال المجموع S او P
- تعيين عددين علم مجموعهما و جداؤهما

يمكن حساب عددين علم مجموعهما و جداؤهما باستعمال العلاقة : $x^2 - Sx + P = 0$

- تعيين اشارة حلي معادلة من الدرجة الثانية ($ax^2 + bx + c = 0$)

اذا كان	فان
$\frac{c}{a} < 0$	المعادلة تقبل حلين اشارتهما مختلفتان
$\frac{c}{a} > 0$	و $\frac{-b}{a} > 0$ المعادلة تقبل حلين موجبين تماما
	و $\frac{-b}{a} < 0$ المعادلة تقبل حلين سالبين تماما

10.2 معادلات مضاعفة التربيع

يؤول حل المعادلة مضاعفة التربيع $ax^4 + bx^2 + c = 0$ حيث $a \neq 0$ الى حل الجملة $\begin{cases} X = x^2 \\ aX^2 + bX + c = 0 \end{cases}$

عند ايجاد قيمة X_1 و X_2 يجب تعويضهما في المعادلة $X = x^2$ لايجاد قيم x.

...

3
الاشتقاقية

1.3 قابلية الاشتقاق عند عدد

f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$ ، x_0 عدد من D_f

قابلية اشتقاق الدالة f عند x_0	$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = l$
نسبة تزايد الدالة f بين العددين x_0 و x_0+h	$\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

يسمى l العدد المشتق للدالة f في العدد x_0 ونرمز له ب $f'(x_0)$

2.3 جدول مشتقات بعض الدوال المالوفة

$f(x)$	$f'(x)$	مجال قابلية الاشتقاق
a (حيث $a \in \mathbb{R}$)	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
ax	a	$\mathbb{R}$
x^n حيث $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$	$n.x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$	$\mathbb{R}$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$	$\mathbb{R}$

3.3 المشتقات و العمليات على الدوال

الدالة	$u+v$	au	$u \times v$	$\frac{1}{v}$	$\frac{u}{v}$	$\sqrt{u}$	u^n	$u \circ v$
الدالة المشتقة	$u'+v'$	au'	$u'v+v'u$	$-\frac{v'}{v^2}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$n \times u^{n-1} \times u'$ $n \in \mathbb{N} - \{1\}$	$v'.u'(v)$

4.3 التفسيرات الهندسية للاشتقاقية

النهاية	الاستنتاج	التفسير الهندسي
$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l\in\mathbb{R}$	f تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)=l$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ مماسا معادلته : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

5.3 التقريب التآلفي

لايجاد قيمة مقربة لـ $f(a+h)$ نستعمل التقريب $f(a+h)\approx f'(a)h+f(a)$ حيث h قريب من 0

6.3 معادلة المماس

ايجاد معادلة المماس	
عين معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0	نكتب المعادلة : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ، ثم نحسب كلا من $f'(x_0)$ و $f(x_0)$ ونعوض في المعادلة
اكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الترتيبة y_0	اي نبحث عن الفاصلة x_0 وذلك بحل المعادلة $f(x_0)=y_0$ ، ثم نكتب معادلة المماس عند x_0
عين بيانيا العدد المشتق : $f'(x_0)$ **ملاحظة** $f'(x_0)$=معامل توجيه المماس	نحسب معامل التوجيه : $f'(x_0)=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$ ، حيث النقطتين A و B من المماس
هل توجد مماسات لـ (C_f) معامل توجيهها a ؟	نبحث عن الفاصلة x_0 بحل المعادلة $f'(x_0)=a$ ، اي عدد حلول المعادلة هي عدد المماسات التي معامل توجيهها a
هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم ذا المعادلة $(d): y=ax+b$؟	نحل المعادلة : معامل توجيه $f'(x_0)=d$ اي $f'(x_0)=a$ اذا وجدنا حلول نقول يوجد مماسات لـ (C_f) موازية لـ (d)
هل توجد مماسات لـ (C_f) تشمل النقطة $A(\alpha,\beta)$	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $\beta=f'(x_0)(\alpha-x_0)+f(x_0)$ عدد حلول المعادلة تمثل عدد المماسات

...

4
تطبيقات الاشتقاقية

1.4 اتجاه تغير دالة

لتكن دالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال D_f و f' دالتها المشتقة

المشتقة f'	اتجاه تغير الدالة f
f' موجبة تماما على المجال D_f	الدالة f متزايدة تماما على المجال D_f
f' سالبة تماما على المجال D_f	الدالة f متناقصة تماما على المجال D_f
f' معدومة على المجال D_f	الدالة f ثابتة على المجال D_f

2.4 القيم الحدية المحلية لدالة

اذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من المجال I مغيرة اشارتها نقول ان f تقبل قيمة حدية محلية $f(c)$

3.4 حصر دالة

- اذا كانت الدالة f متزايدة تماما على المجال $[a;b]$ فان : $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$
- اذا كانت الدالة f متناقصة تماما على المجال $[a;b]$ فان : $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$

4.4 عنصر حاد من الاعلى -عنصر حاد من الاسفل

عنصر حاد من الاعلى للدالة f (Majorant)	عنصر حاد من الاسفل للدالة f (Minorant)
من اجل كل كل عدد حقيقي x : $f(x) \leq M$	من اجل كل كل عدد حقيقي x : $f(x) \geq m$

5.4 الوضع النسبي بين دالتين

(C_f) التمثيل البياني للدالة f و (C_g) التمثيل البياني للدالة g.

الوضع النسبي بين منحنى و مستقيم	
اشارة الفرق $f(x)-g(x)$	الوضعية النسبية
$f(x)-g(x)>0$	(C_f) يقع فوق (C_g)
$f(x)-g(x)<0$	(C_f) يقع تحت (C_g)
$f(x)-g(x)=0$	(C_f) يقطع (C_g) في النقطة $A(x_0,f(x_0))$

...

القسم I

اختبارات تجريبية للفصل الأول

الموضوع الاول

التمرين الأول:

1) حل في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $4x^2+4x-3=0$

2) نعتبر كثير الحدود P المعرف كمايلي: $P(x)=4x^3-4x^2-11x+6$

3) ا) تحقق ان 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

ب) عين الاعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث: $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

ج) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ ثم استنتج حلول المتراجحة : $P(x)\leq 0$

التمرين الثاني:

الجزء الاول

f دالة عددية معرفة كمايلي: $f(x)=x^2+2x-3$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2) عين العددين الحقيقين a ، b بحيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x+a)^2+b$

3) فكك الدالة f الى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما.

4) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;-3]\cup[1;+\infty[$: $f(x)-f(1)\geq 0$ ، ثم استنتج اصغر قيمة ممكنة للدالة f

5) عين اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[-1;+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

6) اثبت ان (C_f) التمثيل البياني للدالة f يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يطلب تعيين احداثياهما

7) استنتج حلول المعادلة : $x^4-2x^2-3=0$

8) بين ان المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر المنحنى (C_f)

9) انطلاقا من المنحنى (P) الممثل للدالة مربع $(x\mapsto x^2)$ حدد طريقة رسم المنحنى (C_f)

10) ارسم المنحنى (C_f)

الجزء الثاني

لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$.

1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$ لدينا : $g(x)=1+\dfrac{1}{x-1}$.

2) لتكن Ω النقطة ذات الاحداثيين $(1;1)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

ا) عين دساتير تغيير المعلم ثم جد معادلة المنحنى (C_g) في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$

ب) بين ان النقطة $\Omega(1;1)$ هي مركز تناظر. ماذا تستنتج؟

3) ارسم المنحنى (C_g)

4) انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_h) الممثل للدالة h حيث : $h(x) = |f(x)|$

5) عين بيانيا حلول المعادلة : $f(x) = g(x)$

التمرين الثالث:

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

- عين العددين a و b بحيث يمر المنحنى (C_g) بالنقطتين $A(1;3)$ و $B(0;2)$

II) لتكن الدالة f المعرفة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) عين عبارة f' الدالة المشتقة للدالة f

ب) ادرس اشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-1;3]$ وشكل جدول تغيراتها

ج) عين حصرا للدالة f على المجال $[-1;3]$

2) اثبت انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(2-x) + f(x) = 6$. ماذا تستنتج؟

3) ا) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) تاكد ان : $f(x) - (3x - 2) = x^2(x-3)$ ، ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (T)

ج) عين قيمة تقريبية للعدد $f(0.005)$

III) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $[-1;3]$ بـ : $h(x) = f(-2x+2)$

1) بين ان الدالة h هي مركب دالتين يطلب تعيينهما

2) اعتمادا على اتجاه تغير مركب دالتين، بين ان h متناقصة تماما على المجال $[-1;3]$

التمرين الرابع:

نعتبر في مجموعة الاعداد الحقيقية كثير الحدود $f_m(x)$ المعرف كما يلي : $f_m(x) = (m+2)x^2 - (2m+7)x + m + 4$
اوجد قيم العدد الحقيقي m في كل حالة من الحالات التالية :

1. المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا
2. المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلا مضاعفا
3. المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلسن سالبين معا
4. المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 يحققان : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

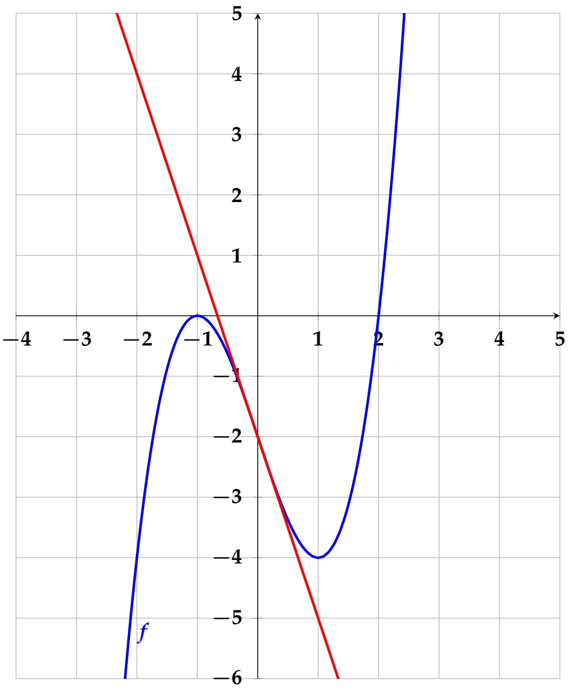
ليكن g كثير حدود معرف بـ: $g(x) = (\alpha+5)x^4 + (\alpha+1)x^2 + 3\alpha + 5$ مع α عدد حقيقي

1. عين قيمة العدد α حتى يكون g كثير حدود من الدرجة الثانية
2. عين قيمة العدد α حتى يكون $\sqrt{2}$ جذر لـ g
3. هل يوجد قيمة لـ α حتى يكون g كثير حدود معدوم.
4. نضع $\alpha = -3$
   (ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$ ، ثم استنتج تحليلا لـ g
   (ب) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) > 0$

التمرين الثاني:

b ، c عددان حقيقيان، في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $f(x) = x^3 + bx + c$ كما مثلنا المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

I) بقراءة بيانية :



1) عين $f(0)$ ، $f(-1)$ ، $f(1)$ ، $f'(1)$ ، $f'(0)$ ، $(\frac{2}{f})'(0)$ ، $\lim\limits_{h\mapsto 0}\frac{f(h-1)-f(-1)}{h}$
2) عين حسب قيم x اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$
3) احسب $f(1)$ ثم حل المعادلة $f(x) = 0$
4) عين حسب قيم x اشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$. ثم استنتج حلول المتراجحة $f(x) > 0$

5) باستعمال نتائج السؤال 1) عين العددين c و b

II) في كل ممايلي نضع $b = -3$ و $c = -2$

1) احسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها على $\mathbb{R}$

2) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

3) ادرس اشارة الفرق $[f(x) - (-3x - 2)]$ ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

4) بين ان النقطة $I(0; -2)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f)

5) عين تقريبا تالفيا f للدالة f بجوار 0 ، ثم اعط قيما تقريبية للعددين $f(0.001)$ و $f(-0.0001)$

III) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x) = f(-|x|)$ و (C_h) هو تمثيلها البياني في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

ا) ادرس شفعية الدالة h

ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

IV) نعتبر الدالتين g و k حيث : g معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = \dfrac{1}{x}$ و $k(x) = (k \circ f)(x)$

(ا) عين D_k مجموعة تعريف الدالة k ثم اكتب عبارة $k(x)$

(ب) بين انه من اجل كل x من D_k : $k'(x) = \dfrac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$ ثم استنتج اشارة $k'(x)$ و شكل جدول تغيرات الدالة k

التمرين الثالث:

BONUS

جد كثير الحدود $f(x)$ من الدرجة الثانية و الذي يحقق : $f(x) + 3f(1 - x) = 2x^2 + x - 7$

الموضوع الثالث

التمرين الأول:

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ كثير الحدود P المعرف بما يلي : $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3$

1. احسب $P(1)$ ثم حلل كثير الحدود P
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$
3. ادرس اشارة P ثم استنتج حلول المتراجحة : $P(x) < 0$
4. نضع : $g(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2 - 3}{-2x^2 - 3x + 5}$
   (ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية : $-2x^2 - 3x + 5 = 0$
   عين قيم العدد الحقيقي x بحيث يكون للعبارة $g(x)$ معنى
   (ب) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $g(x) \leq 0$

التمرين الثاني:

نسمي f دالة معرفة على المجال $[-4;4]$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. (ا) بين انه من اجل كل x من $[-4;4]$ $f'(x) = \dfrac{-4(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2}$
   (ب) عين اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $[-4;4]$
2. بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماس وحيد معامل توجهه 4
3. بين ان النقطة $\Omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)
4. اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة Ω
5. (ا) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل، ثم حامل محور التراتيب
   (ب) ارسم (C_f) و (T)
6. لتكن الدالة g المعرفة على $[-4;4]$ بـ: $g(x) = f(|x|)$
   اشرح كيف نستنتج المنحنى (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم انشئه.

التمرين الثالث:

نعتبر الداليتن f و g المعرفتين على $]-1;+\infty[$ و $]0;+\infty[$ على الترتيب، كمايلي : $f(x)=x+1$ و $g(x)=2-\frac{1}{x}$

1. مجموعة تعريف الدالة $g\circ f$ هي :

أ) $]0;+\infty[$ ب) $]-1;+\infty[$ ج) $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$

2. عبارة $g\circ f$ على $]-1;+\infty[$ هو :

أ)متزايدة تماما ب)متناقصة تماما ج)ثابتة

3. اتجاه تغير الدالة $2f-g$ على $]0;+\infty[$ هو :

أ)متزايدة تماما ب)متناقصة تماما ج)ثابتة

4. معادلة منحنى الدالة $g\circ f$ في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$

أ) $Y=\frac{1}{X}$ ب) $Y=-\frac{1}{X}$ ج) $Y=X^2$

الموضوع الرابع

التمرين الأول:

اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل :

1. f و g دالتان معرفتان على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x^4-1$ و $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

أ) $(g\circ f)(x)=\dfrac{1}{x^2}$ ب) $(f\circ f)(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ ج) $(g\circ f)(x)=\sqrt{x+1}$

2. مجموعة حلول المعادلة $x^2+5|x|+6=0$

أ) $S=\{-2;-3\}$ ب) $S=\varnothing$ ج) $S=\{2;3\}$

3. f دالة معرفة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-3$ فان $\lim\limits_{h\mapsto 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$ تساوي

أ) -2 ب) 2 ج) -3

4. معادلة المماس للمنحنى (C) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-3$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$ هي :

أ) $2x-y-4=0$ ب) $y=2x-3$ ج) $y=2x+4$

5. f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ مشتقة الدالة $h(x)=f(x)+f(-\frac{1}{x})$

أ) $h'(x)=f'(x)-\frac{1}{x^2}f'(-\frac{1}{x})$ ب) $h'(x)f'(x)+f'(-\frac{1}{x})$ ج) $h'(x)=f'(x)+\frac{1}{x^2}f'(-\frac{1}{x})$

التمرين الثاني:

$P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x)=x^3-2x^2-\alpha x+\alpha+1$ و α عدد حقيقي

1. اوجد قيمة العدد a حيث يكون العد -1 جذر لدالة كثير حدود P
2. نضع $\alpha=5$
   (ا) احسب $P(3)$ و $P(2)$ ، ماذا تستنتج؟
   (ب) عين كثير الحدود $Q(x)$ حيث : $P(x)=(x-3)Q(x)$
   (ج) ادرس اشارة $P(x)$ و استنتج حلول المتراجحة : $P(x)\geq 0$
   (د) استنتج حلول المعادلة : $(x-4)^3-2(x-4)^2-5(x-4)+6=0$

التمرين الثالث:

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2+\alpha x+\beta}{x-3}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي

1. مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;-6)$ يكون موازيا لحامل محور الفواصل.
   - اوجد α و β
2. نضع $\alpha=-8$ و $\beta=19$
   (ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(ب) اكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$ حيث a ، b و c اعداد حقيقية يطلب تعيينها.

(ج) بين ان النقطة $w(3;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

(د) بين ان (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) عند النقطتين اللتين ترتيبهما -7 ، ثم عين معاملي توجيههما.

التمرين الرابع:

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية : $(E) : \dfrac{2x+m}{x}-\dfrac{2x}{x+m}$

1. حل المعادلة (E_1)
2. بين ان المعادلة (E_m) معرفة على $\mathbb{R}-\{0;-m\}$
3. تحقق انه من اجل $x\in\mathbb{R}-\{0;-m\}$ فان : المعادلة (E_m) تكافئ المعادلة $(E'_m) : 2x^2-mx-m^2=0$
4. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة (E_m)

الموضوع الخامس

التمرين الأول:

لتكن المعادلة التالية : $x^2-(\sqrt{3}+1)x+2\sqrt{3}-2=0 ...(E)$

1. اثبت ان : $\Delta=(3-\sqrt{3})^2$
2. استنتج ان المعادلة (E) تقبل حلين α و β
3. احسب $\alpha^2+\beta^2$ دون حساب α و β
4. حل الجملة : $\begin{cases}\alpha+\beta=\sqrt{3}+1\\ \alpha\beta=2\sqrt{3}-2\end{cases}$

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}-\{2\}$ ب : $f(x)=\dfrac{x^2+5}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (D) مستقيم معادلته $y=x+2$

1. عين الاعداد a ، b و c و التي تحقق من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$
2. عين وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) على المجال $\mathbb{R}-\{2\}$
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-14x+33=0$ ثم استنتج قيمتي x التي تحقق $f(x)=14$
4. (ا) بين ان الدالة المشتقة للدالة f معرفة بالعبارة : $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x-5)}{(x-2)^2}$
   (ب) عين اشارة $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f
   (ج) باستعمال النتيجة السابقة قارن بين العددين
   $$A=\frac{(5.01201301401517)^2+5}{3.01201301401517} \text{ و } B=\frac{(5.01201301401516)^2+5}{3.01201301401516}$$
5. (ا) بين ان معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 هي $y=-8x+2$
   (ب) استنتج قيمة مقربة للعدد $f(0.9999)$

التمرين الثالث:

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-2x+2}$ حيث a و b عددان حقيقيان.

- عين العددين a و b حتى يشمل المنحنى (C) الممثل للدالة f النقطتين $A(2;0)$ و $B(0;2)$

II) نضع الان $a=-4$ و $b=4$

1) تحقق ان من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x^2-2x+2}$
2) بين ان النقطة $\Omega(1;1)$ هي مركز تناظر المنحنى (C_f)
3) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{2x(x-2)}{(x^2-2x+2)^2}$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

5) عين حصرا للدالة f على المجال $[-1;3]$

6) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة Ω

7) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x) = 3$

8) هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) معامل توجيهها يساوي 3 ؟ اكتب معادلة ديكارتية لكل منها ان وجدت

9) باستعمال التقريب التالفي للدالة f. اعط قيمة تقريبية للعددين $f(1.0003)$ و $f(0.9993)$

التمرين الرابع:

نعتبر $P(x)$ كثير الحدود للمتغير الحقيقي x حيث : $P(x) = x^3 - \alpha x^2 + 11x - \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

1. عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون 1 جذر لـ $P(x)$ نضع فيما يلي : $\alpha = 6$

2. حلل كثير الحدود $P(x)$ الى جداء عوامل من الدرجة الاولى

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ، ثم استنتج حلول المعادلات :

$$P(x^2) = 0 \text{ ، } P(-x+2) = 0 \text{ ، } P\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \text{ ، } P(x^2-1) = 0 \text{ ، } P(\sqrt{x+1}) = 0$$

الموضوع السادس

التمرين الأول:

شعبة رياضيات

1. نعتبر في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كثير الحدود $P(x)$ حيث : $P(x) = x^3 + 3x + 4$
حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$ ثم ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $P(x)$

2. f الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ : $f(x) = \dfrac{x^3 - 2}{(x^2+1)}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $[-2;2]$: $f'(x) = \dfrac{xP(x)}{(x^2+1)^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-2;2]$ ثم استنتج من اجل كل من x من $[-2;2]$ حصرا لـ $f(x)$

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم انشئ (T) و (C_f)

3. g الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ : $g(x) = |x| - \dfrac{|x|+2}{x^2+1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

(ا) ادرس شفعية الدالة g

(ب) باستعمال المنحنى (C_f) اذكر كيف يمكن انشاء المنحنى (C_g)

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[-2;0]$ انشئ المنحنى (C_g)

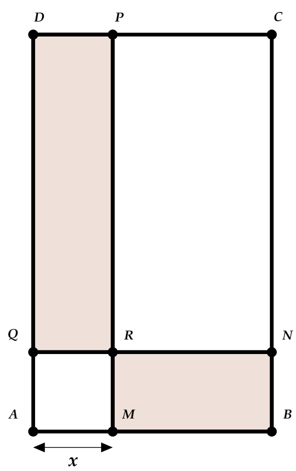
4. h الدالة المعرفة على $[0;\pi]$ بـ : $h(x) = \dfrac{\cos^3 x - 2}{\cos^2 x + 1}$

(ا) بين ان الدالة h هي مركب دالتين يطلب تعينهما

(ب) احسب h' (h' هي الدالة المشتقة للدالة h) استنتج اتجاه تغير الدالة h

التمرين الثاني:

شعبة رياضيات



في الشكل المقابل $ABCD$ مستطيل حيث : $AB = 8$ و $BC = 12$ (وحدة الطول هي السنتيمتر)
M ، N ، P و Q اربع نقط تنتمي الى القطع المستقيمة $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ و $[DA]$ على الترتيب بحيث (MP) و (NQ) يتقاطعان في $\mathbb{R}$. $AMRQ$ مربع و $RNCP$ مستطيل.
نضع $AM = x$ ، و نلون مساحة كل من المستطيلين $DPRQ$ و $RNBM$

1. في اي مجال يتغير العدد x

2. اثبت ان المساحة الملونة بدلالة x هي $A(x) = -2x^2 + 20x$

3. عين قيمة x حتى تكون المساحة $A(x)$ اكبر ما يمكن.

4. عين x حتى تكون المساحة الملونة اكبر من او يساوي المساحة غير الملونة

التمرين الثالث:

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بجدول تغيراتها المعطى بـ:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$ حيث : a ، b و c اعداد حقيقية

1. احسب $f'(x)$

2. اعتمادا على جدول التغيرات الدالة f :

(ا) عين الاعداد الحقيقية a ، b و c

(ب) قارن بين صورتي العددين 0 و $\dfrac{1}{2}$ معللا اجابتك

3. ناخذ فيمايلي : $a=-1$ ، $b=2$ ، $c=-1$

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس

(ا) اثبت ان النقطة $\omega(0;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

الموضوع السابع

شعبة رياضيات

التمرين الأول:

نعتبر كثير الحدود : $P(x)=\frac{5}{\alpha}x^2+(8\alpha-1)x-20\alpha$ حيث : α وسيط حقيقي موجب تماما

1. بين انه من اجل كل α من المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $P(x)=0$ تقبل حلين مختلفين في الاشارة x_1 ، x_2 لا يطلب حسابهما
2. احسب قيمة α علما ان $x_1+x_2=-6$
3. من اجل قيمة α المتحصل عليها في السؤال 2
   ادرس اشارة كثير الحدود $P(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x
4. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $|2x-5|+6\sqrt{|2x-5|}=0$

التمرين الثاني:

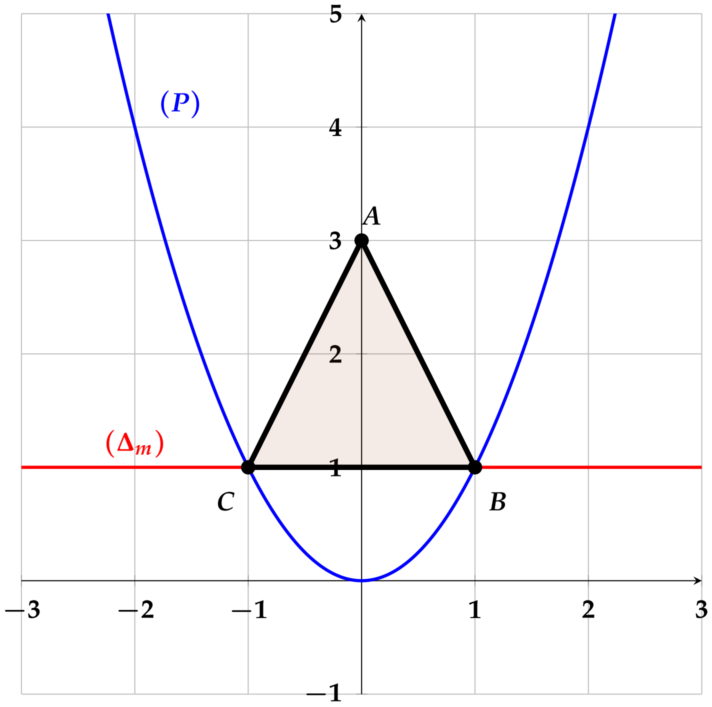
المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $\left[1-\sqrt{3};1+\sqrt{3}\right]$ بـ: $f(x)=-x^3+3x^2-4$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $f'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة f
2) شكل جدول تغيرات الدالة f
3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
4) ارسم (T) و (C_f)
5) نعرف الدالة g على المجال $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$ بـ: $g(x)=f(x+1)+2$
   ارسم (C_g) منحنى الدالة g انطلاقا من المنحنى (C_f)

II) لتكن النقطة $A(0;3)$ و (P) القطع المكافئ الممثل للدالة مربع.
المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y=m^2$ حيث m يتغير في المجال $\left[0;\sqrt{3}\right]$ يقطع (P) يقطع (P) في النقطتين B و C حيث :
$x_c\leq x_B$

1) اكتب $S(m)$ مساحة المثلث ABC بدلالة m
2) عين قيمة m التي يكون من اجلها $S(m)$ اكبر ما يمكن



التمرين الثالث:

m وسيط حقيقي، لتكن الدالة العددية f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $f_m(x) = x^2 - 2x + 1 - m$ وليكن (C_m) المنحنى الممثل للدالة f_m في المستوى المنوسب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عين قيم m حتى لا يقطع المنحنى (C_m) حامل محور الفواصل
2. عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين تقعان على يمين محور التراتيب
3. عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متناظرتين بالنسبة لمحور التراتيب

التمرين الرابع:

ليكن كثير الحدود $P(x)$ ذات المجهول الحقيقي x حيث : $p(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0...(E)$

1. احسب $P(0)$ ، ماذا تستنتج؟
2. برهن ان المعادلة (E) مكافئة للمعادلة (E') حيث : $(x+\frac{1}{x}) + 2(x+\frac{1}{x}) - 3 = 0...(E')$
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $u^2 + 2u = 3$
4. استنتج حلول المعادلة (E')
5. استنتج حلول المتراجحة : $P(x) \leq 0$
6. دون حساب عين اشارة: $P(2016) \times P(1438) \times P(-\pi)$

الموضوع الثامن

شعبة رياضيات

التمرين الأول:

نعتبر في مجموعة الاعداد الحقيقية كثير الحدود $f_m(x)$ حيث : $f_m(x) = (m+4)x^2 + (2m+5)x + m - 1$

- اوجد قيم m في كل حالة من الحالات التالية.

1) المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلا مضاعف.
2) المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 يحققان : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$
3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f_4(x) = 0$

التمرين الثاني:

I) g_k كثيرات الحدود المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g_k(x) = kx^3 - (k+2)x + 2$ حيث m وسيط حقيقي.
(C_k) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) بين ان جميع المنحنيات تشمل ثلاث نقط ثابتة يطلب تعيينها
2) احسب $g'_k(x)$ بدلالة k ثم عين قيم k حتى تكون الدالة g_k متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

II) نضع $k = 1$
و لتكن g_1 الدالة المعرفة بـ: $g_1(x) = x^3 - 3x + 2$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $g_1(x) = (x-1)\phi(x)$ حيث $\phi(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية يطلب تعيينه.
2) ادرس اشارة $g_1(x)$

III) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{x^2}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g_1(x)}{x^3}$
2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[-5; 5]$
3) استنتج ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها ثم اكتب معادلة المماس (T) عندها.
4) عين العددين a و b حيث من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = ax + b + \frac{3x-1}{x^2}$
5) انشئ (T) و (C_f)
6) ناقش حسبي قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = m + 1$
7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x) = f(x^2)$
   ا) بين ان الدالة h زوجية
   ب) باستعمال اتجاه تغير مركب دالتين، حدد اتجاه تغير الدالة h على المجال $]0; +\infty[$
   ج) استنتج جدول تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}^*$

التمرين الثالث:

لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على المجال $I =]-1;1[$ ، (C_f) التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطة $A(0;2)$
f' الدالة المشتقة التي تحقق : من اجل كل عدد حقيقي x من المجال I حيث : $f'(x) = f^2(x)$

1. اوجد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A.
2. بين انه لا يوجد مماس للمنحنى (C_f) موازيا للمستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y = -3x$
3. باستعمال التقريب التالفي، احسب قيمة تقريبية للعدد : $f(0.004)$

نعتبر في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة (E_m) ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية : $(E_m) : (m+1)x^2 - (2m+3)x + m - 1 = 0$

1. عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون 0 حلا للمعادلة (E_m)
2. عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون (E_m) معادلة من الدرجة الثانية
3. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة (E_m)
4. استنتج دون حساب اشارة حلول المعادلة : $2016x^2 - 4033x + 2014 = 0$

الموضوع التاسع

التمرين الأول:

$P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x) = x^3 + 2x^2 + (\alpha - 3)x + 3\alpha$ حيث α عدد حقيقي

1. عين قيمة α حتى يكون العدد 2 جذر لـ $P(x)$
2. نضع $\alpha = -2$ عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$ $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ، و استنتج حلول المعادلة $-6x^6 - 5x^4 + 2x^2 + 1 = 0$
4. ادرس اشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $\frac{P(x)}{2-x} \geq 0$

التمرين الثاني:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;4]$ بـ: $f(x) = ax^3 + 6x^2 + bx + 4$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

- عين العددين الحقيقين a و b بحيث : (C_f) يشمل النقطة $A(1;0)$ و يقبل مماسا افقيا عند النقطة $B(3;4)$

II) نفرض ان عبارة f هي : $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$

1) احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها على المجال $[0;4]$
2) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[0;4]$
3) عين القيم الحدية المحلية للدالة f
4) عين حصرا للدالة f على المجال $[1;3]$ ثم على المجال $[3;4]$ و قارن بين العددين $f(\sqrt{3})$ و $f(\frac{2}{\sqrt{2}})$ دون حساب
5) عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2
6) احسب $f(2)$ ثم ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (T)
7) عين احسن تقريب تالفي للدالة f عند القيمة 2 ثم استنتج قيمة تقريبية للعدد $f(2.0001)$
8) بين ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها
9) بين ان (C_f) يقبل النقطة $\Omega(2;2)$ كمركز تناظر
10) ارسم (T) و (C_f) بدقة.
11) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = m^2$

III) لتكن الدالة المعرفة على المجال $[-6;-2]$ بـ: $g(x) = -2 - x$

1) عين عبارة الدالة h حيث $h = f \circ g$
2) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

التمرين الثالث:

$P_a(x)$ كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ: $P_a(x) = x^3 - (6+a^4)x^2 + (13+3a^2)x + a^2 - 13$ حيث a عدد حقيقي يحقق $|a| \leq 1$

1. عين قيم العدد a حتى يكون 3 جذر لـ $P_a(x)$
2. عين $P_{-1}(x)$
3. بين انه يوجد كثير حدود $K(x)$ بحيث من اجل العدد الحقيقي x : $P_{-1}(x) = (x-2) \times K(x)$ يطلب تعيينه
4. (ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P_{-1}(x) = 0$
   (ب) استنتج حلول المعادلة $(3x^2+2x+1)^3 - 7(3x^2+2x+1)^2 + 16(3x^2+2x) + 4 = 0$
   (ج) نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بـ: $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2-5x+6}$ و $g(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$
   - عرف الدالة $g \circ g$ ثم عينها
   - هل الدالتين f و $g \circ g$ متساويتين؟ علل

التمرين الرابع:

لتكن f_m دالة عددية للمتغير x معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بمايلي : $f_m(x) = x^2 - mx + 1$ حيث m وسيط حقيقي
وليكن (C_m) المنحنى الممقل للدالة f_m في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_2) مع حامل محور الفواصل
2. عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين
3. عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) لايقطع حتما محور الفواصل في اية نقطة
4. عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يشمل النقطة $A(2;-3)$

الموضوع العاشر

شعبة رياضيات

التمرين الأول:

نعتبر في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة (E_m) ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية :

$$(E_m) : (m-1)x^2 - 2mx + (m+1) = 0$$

1. عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون العدد 0 حلا للمعادلة (E_m)
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E_1)
3. (ا) عين قيم m حتى تكون (E_m) معادلة من الدرجة الثانية
   (ب) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة (E_m)
   (ج) استنتج اشارة حلول المعادلة : $2016x^2 - 4034x + 2018 = 0$
   (د) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث يكون : $x_1 = -x_2 + 1$ حيث x_1 و x_2 حلي المعادلة (E_m)

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f معرفة على المجال $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x-1}$ ، (C) الممثل للدالة f في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. بين انه من اجل العدد الحقيقي h الغير معدوم : $\dfrac{h^2+3h}{h^2+2h} = \dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$
   استنتج ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند 3 مبينا $f'(3)$
2. اذكر ان كانت العبارات التالية صحيحة ام خاطئة مع التبرير
   (ا) معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 3 هي : $y = \dfrac{3}{2}x + 3$
   (ب) $f(2.9999378) \approx -0.00093$
   (ج) يوجد مماسين للمنحنى (C) معامل توجيههما يساوي 3

لتكن الدالة g المعرفة على $[-1,1[\cup]1,3]$ بـ: $g(x) = f^2(x)$

1. عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
2. (ا) بين ان الدالة g هي مركب دالتين احداهما دالة مرجعية
   (ب) دون حساب $g'(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
   (ج) هل الدالة g تقبل قيمة حدية محلية؟ علل

التمرين الثالث:

نعتبر في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة (E_m) ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية :

$$(E_m) : (m+1)x^2 - (2m+3)x + m - 1 = 0$$

1. عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون 0 حلا للمعادلة (E_m) ثم استنتج الحل الاخر
2. عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون (E_m) معادلة من الدرجة الثانية
3. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة (E_m)
4. استنتج (دون حساب) اشارة حلول المعادلة : $2019x^2 - 4039x + 2017 = 0$