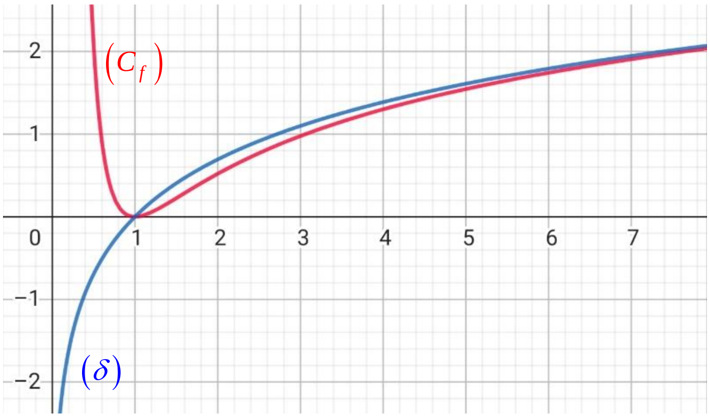
# الدوال الأصلية والحساب التكاملي

## بكالوريا 2011 – شعبة رياضيات – الموضوع 2

$f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\ln x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(\delta)$ المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$




**1)** $x$ عدد حقيقي من المجال $[1;+\infty[$

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة جد $\int_1^x \frac{1}{t^2}\ln t\,dt$

ب- تحقق أن $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $[1;+\infty[$

جـ- استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $[1;+\infty[$

**2)** $\alpha$ عدد حقيقي أكبر تماما من 1

- أحسب بدلالة $\alpha$ المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(\delta)$ والمستقيمين $x=1$ و $x=\alpha$ ثم احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$

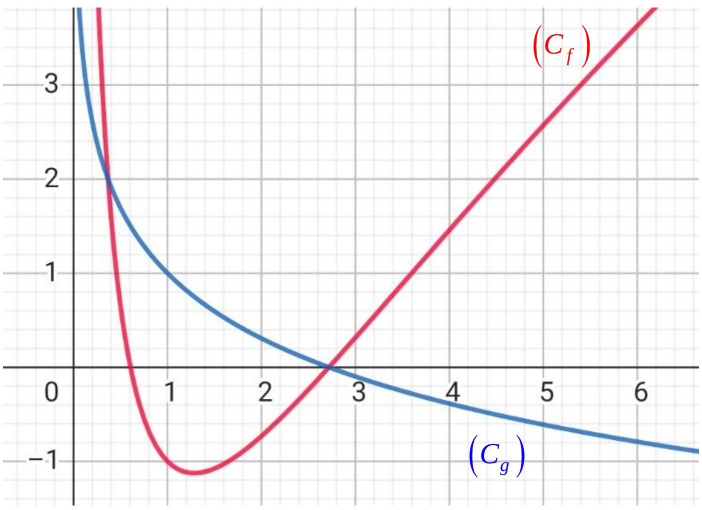
## بكالوريا 2014 – شعبة رياضيات – الموضوع 2

$f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

$g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-\ln x$

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.




**1)** عين الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$

**2)** $h$ الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

أ- أحسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

ب- أحسب العدد $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]dx$

## بكالوريا 2015 – شعبة رياضيات – الموضوع 1

$f$ الدالة المعرفة بـ : $f(0)=1$

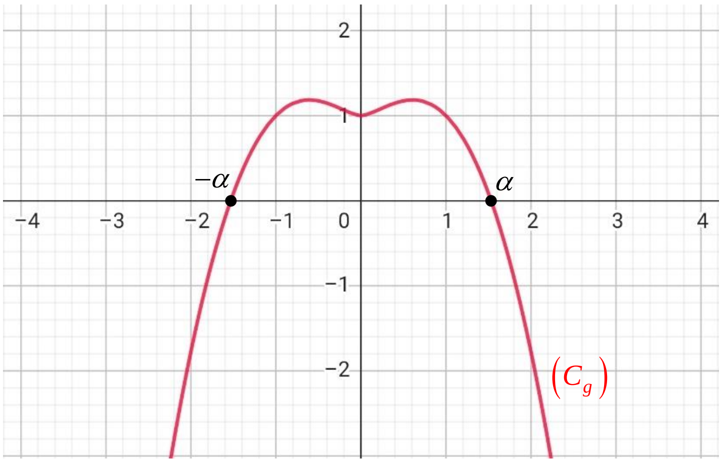
ومن أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f(x)=1-x^2\ln x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

$\alpha$ العدد الحقيقي الذي يحقق $1{,}531<\alpha<1{,}532$ و $f(\alpha)=0$

$g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$

$(C_g)$ المنحنى الممثل للدالة $g$ في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$




**1)** باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto x^2\ln x$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1

**2)** $\lambda$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$. نضع $F(\lambda)=\int_\lambda^\alpha f(x)dx$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $\lambda$ من المجال $]0;\alpha]$ :

$$F(\lambda)=\frac{-3\lambda f(\lambda)-\lambda^3-6\lambda+\alpha^3+6\alpha}{9}$$

ب- أحسب $\lim\limits_{\lambda \overset{>}{\to} 0} F(\lambda)$

**3)** $m$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$

$S(m)$ مساحة الدائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها $m$

نفرض أن مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_g)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ هي $A$ حيث $A=\frac{2}{9}(\alpha^3+6\alpha)\,u.a$

أ- عين القيمة المضبوطة للعدد $m$ حتى يكون $S(m)=2A$

ب- علما أن $3{,}140<\pi<3{,}142$ أعط حصرا للعدد $m$


حي النسيم البحري - برج البحري — 07 98 39 54 55 / 05 51 59 51 33 — bahdjaplus@gmail.com

# الدوال الأصلية والحساب التكاملي

## بكالوريا 2017 – شعبة رياضيات – الموضوع 2

$f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{x-\ln x}\ ;\ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** لتكن $h$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x-\ln x$

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما : $h(x)>0$

**2)** لتكن الدالة $F$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$

نقبل أن الدالة $f$ متزايدة على المجال $[1;\alpha]$

حيث $\alpha$ العدد الحقيقي الذي يحقق $1,76<\alpha<1,77$ و $f'(\alpha)=0$

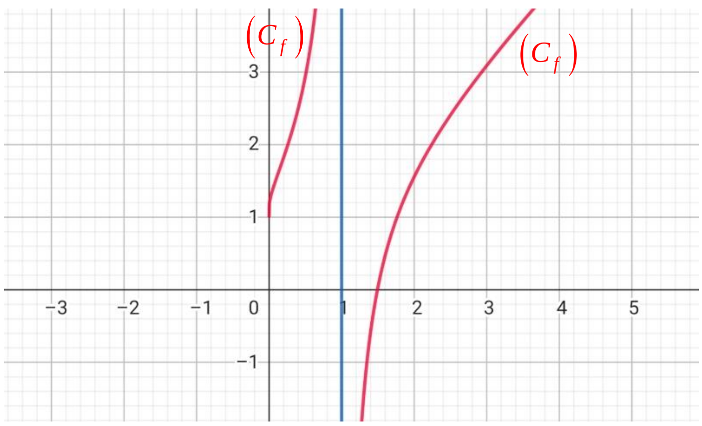
أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 1$ : $1+\dfrac{1}{x}\leq f(x)\leq f(\alpha)$

ب- أعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصرا له.

## بكالوريا 2018 – شعبة رياضيات – الموضوع 1

$f$ الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=x+1-\dfrac{1}{\ln x}\ ;\ x\in\mathbb{R}_+^* \\ f(0)=1 \end{cases}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$




**1)** $h$ الدالة المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ : $h(x)=1-x+x\ln x$

أ- بين أن $h$ متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ واستنتج إشارة $h(x)$ على $[1;+\infty[$

ب- بين أنه من أجل كل $x>1$ : $f(x)-x+\dfrac{1}{x\ln x}=\dfrac{h(x)}{x\ln x}$

جـ- استنتج أنه من أجل كل $x>1$ : $x-\dfrac{1}{x\ln x}<f(x)<x+1$

**2)** $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين $x=\alpha$ و $x=e$

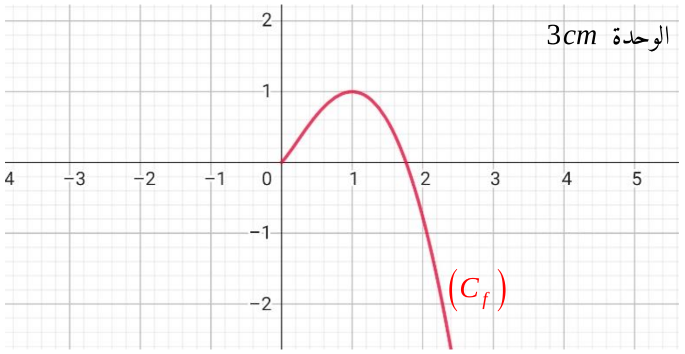
- بين أن: $\dfrac{1}{2}\left(e^2-\alpha^2\right)-\ln(\alpha+1)<A<\dfrac{1}{2}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$

حيث $\alpha$ العدد الحقيقي الذي يحقق $1,49<\alpha<1,5$ و $f(\alpha)=0$

## بكالوريا 2019 – شعبة رياضيات – الموضوع 1

$f$ الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x\ ;\ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$




$\lambda$ عدد حقيقي حيث: $0<\lambda<1$

نضع $A(\lambda)=\int_\lambda^1 -x^2\ln x\,dx$

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة، أحسب $A(\lambda)$ بدلالة $\lambda$

ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{\lambda\to 0\\ >}} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

## بكالوريا 2022 – شعبة رياضيات – الموضوع 2

$f$ الدالة المعرفة والموجبة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{ax}{x+b}+\ln(x+b)$

حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان مع $b$ موجب تماما.

و $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

يقبل حامل محور الفواصل مماسا له في النقطة $O$

**1)** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-1;+\infty[$ :
$$f(x)=-1+\frac{1}{x+1}+\ln(x+1)$$

**2)** $g$ الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x+1)\ln(x+1)$

- أحسب $g'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$

**3)** $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\int_{n-1}^{n} f(x)\,dx$

أ- أحسب $u_{2022}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$:
$$u_n=-2+(n+2)\ln(n+1)-(n+1)\ln n$$

جـ- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

جمعها لكم الأستاذ عبد الحميد بوقطوف


حي النسيم البحري - برج البحري | 07 98 39 54 55 / 05 51 59 51 33 | bahdjaplus@gmail.com